

# クォーク・レプトンの質量と混合は荷電レプトンの質量だけを インプットとして統一的に理解可能か？

小出 義夫

大阪大学大学院理学研究科

大変長いタイトルを付けてしまった。しかも、疑問文型のタイトルである。こんなモデルができるなら、それこそ、夢のような話である。

しかし、この疑問文に対する答は明確である： そんな夢のような話、実現できるワケがない！

ただし、「ファミリーに依存しないパラメーター」の助けを借りれば、そのようなモデルは可能である。

「ファミリーに依存しないパラメーター」とは、このトークでこれから説明をするが、要するに特定のファミリーに選択的に係わるパラメーターを一切使わないと言うことである。そのようなモデルが可能であることは、すでに今年、気がついて論文 [1] で、そのメカニズムを提案していたが、そのときはまだ 16 個のクォークとニュートリノの質量比と混合の独立な観測量を与えるのに、10 個の「ファミリーに依存しないパラメーター」を必要とした。今回報告するモデルでは、それがたった 6 個のパラメーターまでに減らすことに成功した。それは、従来の「ユカワオンモデル」に「デモクラティック・シーソーモデル」のアイディアを取り入れたことによる。特に、後者の話はあまり皆様になじみがないと思われるので、それについて詳しく解説する。

なお、この仕事は、大阪工大の西浦さんとの共同研究に基づく [2]。

## 1 ユカワオン・モデル

ユカワオン・モデルでは、「湯川結合定数は「定数」ではなく、effective な量であり、ある scalars (Yukawaons) の VEV が起源である」と考える：

$$Y_f^{eff} = \frac{y_f}{\Lambda} \langle Y_f \rangle. \quad (1)$$

ここで、ユカワオン  $Y_f$  ( $f = u, d, \nu, e$ ) は  $3 \times 3$  の成分をもつスカラー粒子である。さらにいくつかの flavons も導入されるが、いずれも  $3 \times 3$  の成分をもつスカラー粒子である。

フレーボンの真空期待値 (VEV) は、フレーボン間の相互作用 (スーパー・ポテンシャル  $W$ ) の SUSY vacuum conditions から得られる。  $W$  は  $U(3) \times U(3)'$  不変であり、かつ、  $R$  charges の保存を要求する。結果として、クォーク・レプトンの質量行列は、VEV matrices の形で与えられる。

また、荷電レプトンの質量行列  $M_e$  が対角型であるフレーバ基底が、フレーバ物理での基本基底と考える。質量と混合はこの基底の上で、記述される。通常質量行列モデルでは、和の形で与えられるのに対して、積の形で与えられることになる。(この点は従来の質量行列モデルとは大きく異なる点である。)

我々は、「クォークとレプトンの質量と混合の起源はただ1つ」と信じて、それらを荷電レプトンの質量のみをインプットとして、統一的に記述することを試みる。

## 2 デモクラティック・シーソー・モデル

20年前に、房岡と私は“Top-quark-mass enhancement in a seesaw quark mass matrix” というタイトルの論文 [3] を発表した。そこでは次のようなシーソータイプの質量行列が仮定される：

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m_L \\ m_R & M_F \end{pmatrix}, \quad (2)$$

where

$$m_L = \frac{1}{\kappa} m_R \propto \text{diag}(\sqrt{m_e}, \sqrt{m_\mu}, \sqrt{m_\tau}), \quad (3)$$

$$M_F \propto \mathbf{1} + b_f X_3, \quad (4)$$

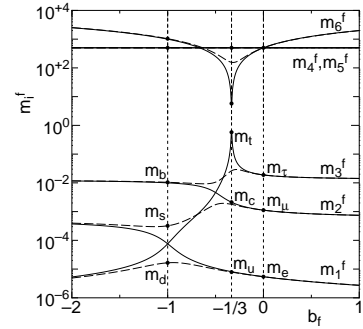
$$\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X_3 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

従って、クォークとレプトンの質量は、パラメーター  $b_f$  を与えるだけで、すべて決まってしまう。荷電レプトンでは  $b_e = 0$  と選ぶので、他の質量は荷電レプトンの質量をインプットとして、すべて決まってしまう。

このシーソーモデルの狙いは、トップ・クォークを除く、他の粒子の質量を  $\Lambda_{weak}$  に比べて小さい理由を、seesaw suppression に負わせる。Up-quark sector でだけ、 $b_u = -1$  (従って  $\det M_F = 0$ ) となるようにモデルを作ることによって、右の図が示すように top-quark mass enhancement を実現する。 $b_u = -1$  では  $M_F$  の固有値は  $(1, 1, 0)$  となるので、seesaw suppression は第1世代と第2世代でだけ起き、第3世代は seesaw suppression なしのため、

$$m_t \sim \Lambda_{weak}, \quad (6)$$

となる。すなわち、 $m_t$  の値が自然な形で理解できる。ちなみに、この論文のタイトルは top-quark mass enhancement となっているが、正確に言えば、「top-quark だけ suppression を受けない」というのが、正しい。この論文では、CKM mixing の値もほぼうまく出すことができた。しかし、neutrino sector での数字合わせがうまくできなかった。



**Fig.1  $b_f$  をパラメーターとする質量の予言** (文献 [3] より転載した図なので、横軸  $b_f$  の定義が異なるため、図の  $b_f$  の値を3倍すると、Eq.(4) での値となる.)

もちろん、このモデルは、そのままではユカワオンモデルに持ち込めない。多少の付加的仮定を置く必要がある。(ここでは時間の関係から説明を割愛する。論文 [2] をご覧いただきたい。)

### 3 VEV 関係式と現象への適用

今回のモデルにおける flavons の VEV 関係式をまず掲げる。これらの関係式は SUSY vacuum conditions から導かれたものであるが、その superpotential の形を示すことはここでは略する。そこでは、 $U(3) \times U(3)'$  symmetry と  $R$  charge の保存が仮定されている。現象論には、この  $R$  charges の assignments が決めてとなる。都合のよい flavons 間の相互作用項を与え、かつ、歓迎しない組み合わせの項を禁止するように  $R$  charges を選べるかどうか、現象論の決め手となっている。また、普通の対称性の(特に離散対称性の)モデルでは、質量行列はいくつかの行列の和の形で与えられているが、ユカワオンモデルでは、flavons 間の相互作用から VEV 関係式が出てくるので。関係式はそれらの積の形となっていることに注意して欲しい。

$$\langle \hat{Y}_f \rangle_i^j = k_f \langle \Phi_{0f} \rangle_i^\alpha \langle (S_f)^{-1} \rangle_\alpha^\beta \langle \bar{\Phi}_{0f}^T \rangle_\beta^j \quad (f = u, d, \nu, e), \quad (7)$$

$$\langle \Phi_{0f} \rangle_i^\alpha = \frac{1}{\Lambda} \langle \Phi_0 \rangle_{ik} \langle \bar{P}_f \rangle^{k\alpha}, \quad (8)$$

$$\langle P_u \rangle = v_P \text{diag}(e^{i\phi_1}, e^{i\phi_2}, e^{i\phi_3}), \quad \langle P_d \rangle = v_P \mathbf{1}, \quad \langle P_\nu \rangle = v_P \mathbf{1}, \quad \langle P_e \rangle = v_P \mathbf{1}, \quad (9)$$

$$\langle \Phi_0 \rangle = v_0 \text{diag}(z_1, z_2, z_3) \propto \text{diag}(\sqrt{m_e}, \sqrt{m_\mu}, \sqrt{m_\tau}), \quad (10)$$

$$\langle S_f \rangle = v_{Sf} \left( \mathbf{1} + b_f e^{i\beta_f} X_3 \right). \quad (11)$$

$$\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X_3 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

ここで、VEV の形(11)は  $U(3)'$  が  $S_3$  に破れることによって生じたものである。この(11)に現れる係数  $b_f$  がこの論文でいうところの family-independent parameters の典型である。これに対して、Eq.(9) の  $P_u$  の VEV form におけるパラメーター ( $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ ) は典型的な family-dependent なパラメーターである。しかし、Ref.[1] に示したように、このパラメーター値はいつでも2つの family-independent parameters を用いて ( $m_e, m_\mu, m_\tau$ ) の値に結びつけることができるので、我々はこれを family-dependent parameters とはカウントしない。

結果として、このモデルでは、family-dependent parameters として ( $m_e, m_\mu, m_\tau$ ) をインプットとする以外は、一切のファミリー依存をもつパラメーターは用いない。しかも  $b_f$  のような、ファミリー非依存のパラメーターもたったの6個しか用いない。

にもかかわらず、観測されているすべての質量と混合にすべてフィットできるということは、まさに奇跡といってよいであろう。

参考までに、質量値を fit することによって、parameters を fix したあとでの予言値を掲げてみよう。

CKM mixing では parameters  $(\phi_1, \phi_2)$  がまだ free で残っている. CKM の実験値を  $(\phi_1, \phi_2)$  平面に描いてみると, 1 点ですべての実験値が交差することがわかる. その値が  $(\phi_1, \phi_2) = (-176.05^\circ, -167.91^\circ)$  であり, そのときの予言値は

$$|V_{us}| = 0.2257, \quad |V_{cb}| = 0.03996, \quad |V_{ub}| = 0.003701, \quad |V_{td}| = 0.009173, \quad \delta_{\text{CP}}^q = 80.99, \quad (13)$$

である. また, ニュートリノ質量比  $R_\nu = (m_{\nu 2}^2 - m_{\nu 1}^2)/(m_{\nu 3}^2 - m_{\nu 2}^2) = (3.09 \pm 0.15) \times 10^{-2}$  によって残る最後のパラメーター  $\xi_R$  を fix したあとは, PMNS は残る free parameter なしで,

$$\sin^2 2\theta_{12} = 0.8254, \quad \sin^2 2\theta_{23} = 0.9967, \quad \sin^2 2\theta_{13} = 0.1007, \quad \delta_{\text{CP}}^\ell = -68.1^\circ, \quad R_\nu = 0.03118, \quad (14)$$

を予言する. レプトンセクターでの  $CP$  violating phase  $\delta_{\text{CP}}^\ell$  の値が, 大きさはクォークでのそれとほぼ同じで, 符号が逆であることは注目に値する. また, このモデルはニュートリノ質量は順階層型であるにもかかわらず, 大きな値 effective neutrino mass  $\langle m \rangle = 21 \text{ meV}$  を与えることも注目すべきである. .

## 4 まとめ

(i) Family symmetry として連続群を考えたいのなら, 湯川結合定数は, 「定数」ではなく, flavons (Yukawaons) の VEV であるとい考えざるを得ない.

(ii) このモデルでは, flavor physics の基本基底は 荷電レプトンの質量行列  $M_e$  が対角型となる基底であるとの前提で作られている. すなわち, 対角型の  $\langle \Phi_0 \rangle$  の存在がキポイントである.

(iii) Quarks と leptons の質量と混合は,  $(m_e, m_\mu, m_\tau)$  をもとに, 統一的に記述可能であろうという夢は, ついに実現した. この成功は, クォークとレプトンの質量と混合の起源はただ 1 つということを確認させる.

## References

- [1] Y. Koide and H. Nishiura, Phys.Rev.D **91**, 116002 (2015).
- [2] Y. Koide and H. Nishiura, arXiv:1510.05370 (2015), to be published in a Rapid Communication in Phys. Rev.D.
- [3] Y. Koide and H.Fusaoka, Z.Phys, C **71**, 459, (1996)