「次世代の加速器ニュートリノ実験ワークショップ 」(第三回), 京都大学理, 2014/6/21-22

Neutrino Mass Matrix Model with a Bilinear Form

-- Based on Yukawaon Model --

Yoshio Koide (Osaka university)
in collaboration with Hiroyuki Nishiura

YK & H.Nishiura, arXiv:1405.0069 [hep-ph]
To appear in Phys. Rev. D

Contents

1. 「ユカワオン・モデル」とは？
2. ユカワオン模型は何をめざすか？
3. ユカワオン模型の出発点
4. ユカワオン・モデルの最新版(2014版)
5. Search for Parameter values
6. Origin of CP violations
7. まとめと補足

skip

1. 「ユカワオン・モデル」とは？

標準模型： 湯川結合定数 Y_f は「定数」である.
定数は定数であって, それ以上どうしようもない.
しかも, non-Abelian family symmetry を考えようとすると,
Y_f は explicit symmetry braking の役割をする.

ユカワオン・モデル： Y_f は fields なので
non-Abelian family symmetry 不変な Hamiltonian が書ける.
湯川結合定数とは, ユカワオンのポテンシャルから計算可能な
真空期待値のことであると考える：

$$(Y_f^{eff})_{ij} = \frac{y_f}{\Lambda}\langle (Y_f)_{ij}\rangle$$

「対称性」の扱い

$$\mathcal{H} = \bar{f}_L Y_f f_R$$

Discrete symmetry 派

変換を受けるのは fields f :

$$f_L \to U_L f_L, \quad f_R \to U_R f_R$$

この変換の下で, 不変な

定数Y_fの形を求める:

$$U_L^\dagger Y_f U_R = Y_f$$

不変な形は複数個あるので,

結果はそれらの線形結合

$$Y_f = aM_a + bM_b + \cdots$$

の形で与えられる.

Yukawaon 派

Y_f も変換を受ける:

$$Y_f \to U_L Y_f U_R^\dagger$$

この変換の下で, Y_f には

何の制限もつかない.

$\langle Y_f \rangle$ の形は superpotential W

より, SUSY真空条件によって得られる.

結果は

$$Y_R = Y_e Y_u^{1/2} + Y_u^{1/2} Y_e$$

などと, 積の形与えられる.

W の形は R荷電の割り当てに依存する.

R の割り当ては, U(1)荷電なので, 自由に選べ, 理論の入る余地はない.

その意味で, このモデルは Froggatt-Nelsen なみの低俗な現象論である.

2.　ユカワオン模型は何をめざすか？

クォークとレプトンに見られる質量と混合の
階層的構造の統一的理解

「この階層性の起源はただ1つ」と考えたい

(i) 当面は荷電レプトンの質量の値のみを input valuesとして
他の mass matrices を記述できるかどうかを見る.

(ii) 原則として, 他には一切のファミリー依存性を持つパラメターを用いない.

✧ ファミリー依存性を持たないパラメターの例

$$a_f \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + b_f \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

✧ ファミリー依存性を持つパラメターの例

$$P = \begin{pmatrix} e^{i\phi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\phi_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\phi_3} \end{pmatrix} \qquad X_2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(iii) 当面, M_e の起源については問わない.

3. ユカワオン模型の出発点：2つの動機

[1]　$M_e = \Phi_e \Phi_e$ へのこだわり

Charged lepton mass relation (YK, 1982) の理解

$$m_e + m_\mu + m_\tau = \frac{2}{3}(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2 \qquad Y_e = \Phi_e \Phi_e$$

$$\mathrm{Tr}[\Phi_e \Phi_e] = \tfrac{2}{3}\mathrm{Tr}[\Phi_e]\mathrm{Tr}[\Phi_e]$$

(YK,1990)

[2] M_ν を $M_u^{1/2}$ と M_e とによって記述する試み

YK, PLB 665 (2008) 277

$$Y_R = k_R[\Phi_u Y_e + Y_e \Phi_u + \xi_0^\nu Y_e Y_e]$$

$$M_\nu = Y_D Y_R^{-1} Y_D \qquad Y_D = Y_e \equiv \mathrm{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau) \ \text{(Inputs)}$$

$$Y_u = k_u \Phi_u \Phi_u \qquad \Phi_u^{diag} \propto \mathrm{diag}(\sqrt{m_u}, \sqrt{m_c}, \sqrt{m_t})$$

ほとんどパラメターなしで，当時の観測データーとよく合った！

（ただし，$\sin^2 2\theta_{13} \sim 0.1$ の発見前の話．）

このように M_e と M_u は bilinear であったが，M_d は linear であった．

$\sin^2 2\theta_{13} \sim 0.1$ の発見以後はこれら [1], [2] から離れて紆余曲折を経る．

4. ユカワオン・モデルの最新版(2014版)

✧ ユカワオンのVEVは全て bilinear 型

$$\langle (\hat{Y}_f)_i{}^j \rangle = \langle (\Phi_f)_{ik} \rangle \langle (\bar{\Phi}_f)^{kj} \rangle + \xi_f \langle (\hat{E})_i{}^j \rangle$$

もっと簡単に書けば $M_f = \Phi_f \Phi_f + \xi_f \mathbf{1}$

$$\Phi_f = \Phi_0 \left(\mathbf{1} + a_f X_3 \right) \Phi_0^T$$

$a_e = 0 \ \rightarrow$ $\Phi_0 = \mathrm{diag}(m_e^{1/4}, m_\mu^{1/4}, m_\tau^{1/4})$

ここで $\mathrm{U}(3) \times \mathrm{U}(3)'$ を考えている.

$\mathrm{U}(3)' \rightarrow \mathrm{S}_3$ $\langle S_f \rangle \rightarrow \mathbf{1} + a_f X_3$ を仮定する:

これらの関係式は flavons についての superportential W からSUSY真空条件によって得られる.(今回は説明略.)

現象論的成功は, いかに R charge を割り当てるかにかかっている

skip

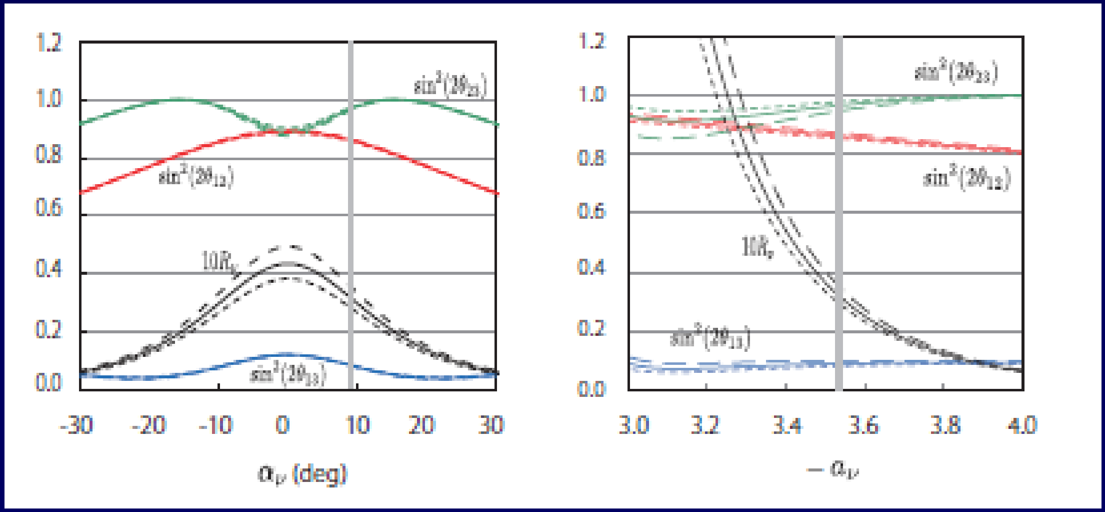
5. Search for Parameter values

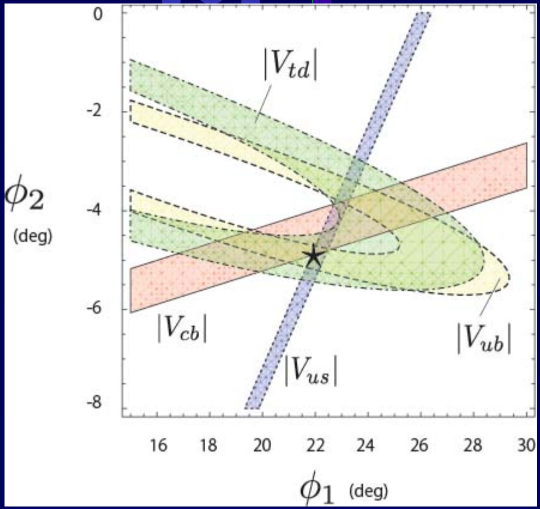
✧ M_e は基本 → 簡単な構造を持つはず

$(a_e, \xi_e) = (0,\ 0)$ を仮定

Up-quark mass ratios → $(a_u, \xi_u) = (-1.467, -0.001467)$

Down-quark mass ratios → $(a_d, \xi'_d) = (-1.477, +0.0237)$





$(\phi_1, \phi_2) = (21.8^\circ, -4.9^\circ)$

$(a_\nu, \alpha_\nu, \xi_\nu) = (3.53, 8.7^\circ, -0.020)$

YK & H.Nishiura, arXiv:1405.0069 [hep-ph]

skip

✧Predicted values vs observed values

	$\lvert V_{us}\rvert$	$\lvert V_{cb}\rvert$	$\lvert V_{ub}\rvert$	$\lvert V_{td}\rvert$
Pred	0.2225	0.0430	0.00405	0.00800
Obs	0.22534 ± 0.00065	0.0412 $^{+0.0011}_{-0.0005}$	0.00351 $^{+0.00015}_{-0.00014}$	0.0086 $^{+0.00029}_{-0.00031}$
	$\sin^2 2\theta_{12}$	$\sin^2 2\theta_{23}$	$\sin^2 2\theta_{13}$	$R_\nu\ [10^{-2}]$
Pred	0.863	0.965	0.089	3.25
Obs	0.857 ± 0.024	> 0.95	0.095 ± 0.010	3.23 $^{+0.14}_{-0.19}$

δ^q_{CP}	r^u_{12}	r^u_{23}	r^d_{12}	r^d_{23}
55.8°	0.0416	0.0627	0.0492	0.0192
68° $^{+10°}_{-11°}$	0.045 $^{+0.013}_{-0.010}$	0.060 ± 0.005	0.053 $^{+0.005}_{-0.003}$	0.019 $^{+0.006}_{-0.006}$
δ^ℓ_{CP}	$m_{\nu 1}$ [eV]	$m_{\nu 2}$ [eV]	$m_{\nu 3}$ [eV]	$\langle m\rangle$ [eV]
25.7°	0.00040	0.00890	0.0501	0.00514
-	-	-	-	$< O(10^{-1})$

at $\mu = M_Z$

以後数値は YK & H.Nishiura, arXiv:1405.0069 [hep-ph] より引用

skip

Effective Majorana Neutrino Mass

✧ By using $\Delta m^2_{32} \simeq 0.00241\ \mathrm{eV}^2$

we obtain

$$m_{\nu 1} \simeq 0.00040\ \mathrm{eV},$$
$$m_{\nu 2} \simeq 0.00890\ \mathrm{eV},$$
$$m_{\nu 3} \simeq 0.0501\ \mathrm{eV}$$

✧ Effective Majonara neutrino mass

$$\langle m \rangle = \left| m_{\nu 1}(U_{e1})^2 + m_{\nu 2}(U_{e2})^2 + m_{\nu 3}(U_{e3})^2 \right|$$
$$\simeq 5.1 \times 10^{-3}\ \mathrm{eV}$$

誰しもが導いているごく平凡な値.

予言値は小さな値なので，当面，実験での確認は不能.

6. Origin of CP violations

✧Lepton sector

PMNS mixing および R_ν を与えるためには

$\alpha_\nu \neq 0$ とせざるを得なかった

$$\alpha_\nu = 8.7^\circ \quad \rightarrow \quad \delta^\ell_{CP} = 25.7^\circ$$

✧Quark sector

CKM をfit させるためには位相行列

$P = \mathrm{diag}(e^{i\phi_1}, e^{i\phi_2},\ 1)$ $\qquad$ $(\ V_{CKM} = R_u^T P\, R_d\ )$

を導入せざるをえない

$$(\phi_1, \phi_2) = (21.8^\circ, -4.9^\circ) \rightarrow \ \delta^q_{CP} = 55.8^\circ$$

この δ^q_{CP} の値は将来修正されるかも. なぜなら,

(ϕ_1, ϕ_2) は family-number dependent parameter であり,

我々は P の登場しないモデルを求めている.

7.　まとめ

(i) Quark and lepton mass matrices M_f を全て bilinear forms で統一的にまとめた：
$$M_f = \Phi_f \Phi_f + \xi_f \mathbf{1}$$
$$\Phi_f = \Phi_0 \left(\mathbf{1} + a_f X_3 \right) \Phi_0^T$$

(ii) P_u を別として, family-number independent な parameters だけで, モデルを構成することに成功した.

(iii) $M_e = \Phi_e \Phi_e = (\Phi_0)^4 = \mathrm{diagonal}$ にもかかわらず, $\sin^2 2\theta_{13} \sim 0.1$ を与えることに成功した

[残る問題]

(i) しかしまだ, CKMの fitting に parameters (ϕ_1, ϕ_2) が必要

(ii) $\xi_f \mathbf{1}$ の入り方に統一性がない

(iii) Flavons や free parameters の数が多い

Speculation: 位相行列 P について

位相行列 $P = \mathrm{diag}(e^{i\phi_1}, e^{i\phi_2},\ 1)$ だけが

唯一 $\Phi_0 \equiv \mathrm{diag}(x_1, x_2, x_3) = \mathrm{diag}(m_e^{1/4}, m_\mu^{1/4}, m_\tau^{1/4})$

に結びつかない family dependent parameters である.

まだアイディア段階だが, 次のように考えてみたらどうか？

Φ_0 は対角型行列なので,

$$\Phi_0\bar{\Phi}_0 \ = \mathrm{diag}(x_1^2, x_2^2, x_3^2)$$

$$(\Phi_0\bar{\Phi}_0)^n = \mathrm{diag}\left((x_1^2)^n, (x_2^2)^n, (x_3^2)^n\right)$$

従って,

$$\exp[i\eta(\Phi_0\bar{\Phi}_0)] = \mathrm{diag}(e^{i\eta x_1^2}, e^{i\eta x_2^2}, e^{i\eta x_3^2}),$$

$$\phi_i = \eta(x_i)^2$$

具体例

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{x_1^2}{x_2^2} = \sqrt{\frac{m_e}{m_\mu}} = 0.06883, \quad \frac{\phi_2}{\phi_3} = \frac{x_2^2}{x_3^2} = \sqrt{\frac{m_\mu}{m_\tau}} = 0.2426$$

すでに我々は $(\phi_1, \phi_2) = (21.8^\circ, -4.9^\circ)$ を得ている.

このことは

$$\phi_1 = 21.8^\circ$$

$$\phi_2 = -4.9^\circ + 360^\circ$$

$$\phi_3 = 360^\circ \times n$$

を意味する. もし, n=4 とすれば,

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{21.8}{555.1} = 0.0614 \qquad \frac{\phi_2}{\phi_3} = \frac{355.1}{14440} = 0.247$$

を得る. かなり近い値と言える.

課題: $\exp[i\eta(\Phi_0\bar{\Phi}_0)]$ をどのように定式化するか？

（どのようなスーパー・ポテンシャルを考えればいいか？）

ユカワオン・モデルは
これからもまだまだ
成長を続けます.

暖かいご支援・
ご協力をお願い
いたします.

Thank you for
your attention!