

日大理工・益川塾連携 素粒子物理学シンポジウム  
2012年11月2日－3日，京都産業大学むすびわざ会館

# 逆階層質量を持った ファミリー・ゲージボソン の現象論

**小出 義夫**

大阪大学理 & 京都産業大学益川塾

based on ArXiv:1209.1694

# Contents

## Part I: Introduction

1. **なぜファミリー・ゲージボンを考えたいのか？**
2. **なぜ人々はファミリー・ゲージボンを考えようとしらないのか？**
3. **タウ崩壊における  $e-\mu$  普遍性の破れ を見てみよう**
4. **なぜ我々はファミリー・ゲージボンを必要とするか？**

## Part II: Phenomenology

5. **このゲージボンの主な性質**
6. **どんな現象が期待できるのか？**
7.  **$e-\mu-\tau$  普遍性からのズレと  $M_{33}$  値**
8. **クォーク混合とファミリー数の破れ**
9. **まとめ**

# 1. なぜファミリー・ゲージボソンを 考えたいのか？

(a)  $n$  個の仲間の繰り返しがあれば  $SU(n)$  [or  $U(n)$ ] の  
ゲージ対称性を考えたいのは人情

Weak interactions

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad SU(2)_L$$

Strong interactions

$$\begin{pmatrix} u_R \\ u_B \\ u_G \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c_R \\ c_B \\ c_G \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t_R \\ t_B \\ t_G \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} d_R \\ d_B \\ d_G \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} s_R \\ s_B \\ s_G \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} b_R \\ b_B \\ b_G \end{pmatrix} \quad SU(3)_{color}$$

Generations (Families)

$$\begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad SU(3)_{family}$$

(b) CKM mixing matrix  $V_{CKM}$  は  $V_{CKM} = U_u^\dagger U_d$  で与えられる。  $V_{CKM}$  は weak int. の反応を調べることにより知ることができる観測可能量である。 しかるに, up- & down- 個別の混合  $U_d, U_u$  それ自身は, 「原理的に観測できない量」とされている。

そのような標準理論に我々は

物理屋として満足できるか？

ファミリー・ゲージボソンが存在すれば,

$U_d, U_u$  それ自身も, 個別に観測量となれるではないか！

その他, もろもろ. . . .

しかし, いずれも「必然的」な理由ではない。

単なる「好み」の問題！

## 2. なぜ人々はファミリー・ゲージ・ボソンを 考えようとしらないのか？

(a)  $K^0 - \bar{K}^0$  mixing からの制約

$$M_{family} \geq 10^3 \text{ TeV} \text{ と言われている.}$$

こんなに大きな質量を持つ粒子は我々のエネルギー・スケールでは観測にかからない。 どうせ見えてこないものを議論したって意味がない。

(b) Tevatron などの直接探索で見えていないではないか？

(反論) 今までは主として  $X \rightarrow e^+e^-$  モードを探していた。

逆階層質量を持ったファミリー・ゲージ・ボソンなら  $X \rightarrow \tau^+\tau^-$  を探すべき。

CDF at Tevatron:  $m(Z') \geq 400 \text{ GeV}$  (PRL 95 (2005) 131801)

しかし, これは  $Z'$  search であって,  $A_3^3$  search では生成比が異なるので当てはまらない。

### 3. タウ崩壊における $e-\mu$ 普遍性の破れ を見てみよう

Quark sector では, quark mixing が起きて, 不定性が入り込む  
よって, 純レプトニックモードである tau decay に注目する.

PDG2012によれば

$$Br(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) = (17.83 \pm 0.04)\% \quad (1)$$

$$Br(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) = (17.41 \pm 0.04)\%$$

これより, 振幅比

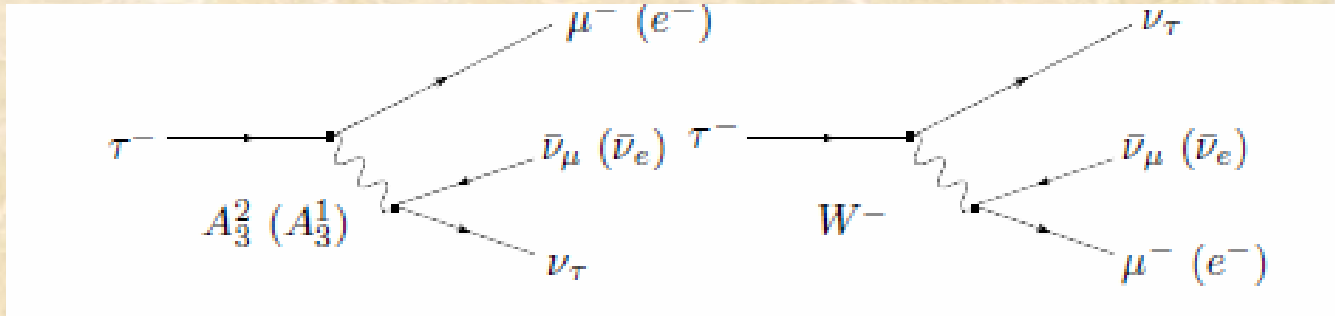
$$R_{amp} \equiv \frac{1 + \varepsilon_\mu}{1 + \varepsilon_e} = \sqrt{\frac{Br(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) f(m_e/m_\tau)}{Br(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) f(m_\mu/m_\tau)}} = 1.0020 \pm 0.0016. \quad (2)$$

where  $f(x) = 1 - 8x^2 + 8x^6 - x^8 - 12x^4 \log x^2$

従って, 次のようにズレの値を得る:

$$\varepsilon \equiv \varepsilon_\mu - \varepsilon_e = 0.0020 \pm 0.0016 \quad (3)$$

## 観測値 $\varepsilon > 0$ は何を意味するか？



ズレの発生はファミリー・ゲージボゾンの質量差に起因する:

$$\varepsilon_i^0 = \frac{g_F^2/M_{3i}^2}{g_W^2/8M_W^2} \quad (4)$$

観測値  $\varepsilon > 0$  (i.e.  $\varepsilon_\mu > \varepsilon_e$ ) は  $M_{23} < M_{13}$  を示唆する. すなわち,

**family gauge bosons with an inverted mass hierarchy**

を示唆する.

そのような逆階層質量を持ったファミリー・ゲージボソンのモデルは最近, 山下と私によって提案された:

YK and T. Yamashita, PLB 711, 384 (2012)

このモデルにおいて, ゲージボゾン $A_i^j$ の質量 $M_{ij}$ は

$$M_{ij}^2 \equiv m^2(A_i^j) = k \left( \frac{1}{m_{ei}} + \frac{1}{m_{ej}} \right) \quad (5)$$

によって与えられる. ( $m_{ei}$ は荷電レプトン質量.)

このモデルは隅野モデルの拡張版である.

逆階層質量を持ったファミリー・ゲージボソン模型の現象論を述べる前に, 簡単に隅野メカニズムとK-Yモデルの紹介を行おう.



## 4. なぜ我々はファミリー・ゲージボソンを必要とするか？

Sumino mechanism: Y. Sumino, PLB 671, 477 (2009)

隅野は, 荷電レプトンに対する質量関係式

$$K \equiv \frac{m_e + m_\mu + m_\tau}{(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2} = \frac{2}{3} \quad (6)$$

が, なぜ pole masses を使うと見事に成立し:

$$K^{pole} = (2/3) \times (0.999989 \pm 0.000014) \quad (7)$$

なぜ running masses を使うとさほどでもなくなるのか:

$$K(\mu) = (2/3) \times (1.00189 \pm 0.000002) \quad (8)$$

に着目した.

$$\text{e.g. } \mu = m_Z$$

このズレは QED 輻射補正から来る:

$$\delta m_i = -\frac{\alpha(\mu)}{\pi} m_i \left( 1 + \frac{3}{4} \log \frac{\mu^2}{m_i^2} \right) \quad (9)$$

(注意) (3)式において,  $m_i \rightarrow m_i(1 + \varepsilon_0 + \varepsilon_i)$ なる変換を考えると

$\varepsilon_i = 0$  であれば,  $K$  は不変であることに注意.

隅野は、ファミリー・ゲージボソンが存在して、これによる寄与がフォトンによる寄与  $e^2 \log m_i^2$  を打ち消すと考えた:

$\psi_L$                    $\psi_R$   
 $m_i(\mu)$                    $m_i^{pole}$                    $e$                    $e$                    $g$                    $-g$   
 $e^2 \log m_i^2$                    $-g^2 \log M_{ii}^2$

隅野メカニズム(打ち消し)が成立するためには

(i)  $(\psi_L, \psi_R) = (3, 3^*)$  of the U(3) family symmetry

(ii) Masses of the gauge bosons :  $M_{ij}^2 \equiv m^2(A_i^j) = k(m_{ei} + m_{ej})$

このようにして photon からの寄与  $\log m_i^2$  がファミリー・ゲージボソンからの  $-\log M_{ii}^2 = -\frac{1}{2} \log m_{ei}^2 - \log k$  寄与によって、打ち消し可能となる。

### 隅野モデルの問題点

(i) アノマリー・フリー・モデルではない。

(ii)  $\Delta N_f = 2$  を持ったカレント・カレント相互作用が登場

(iii) SUSYモデルでは vertex type diagram は効かないので SUSY モデルには利用できない。

## なぜ逆階層質量を持つファミリー・ゲージボソンを考えるのか？

YK and T. Yamashita, PLB 711, 384 (2012)

- (i)  $(\psi_L, \psi_R) = (3, 3)$  of U(3) family symmetry を考える
- (ii) ファミリー・ゲージボソンの質量は逆階層質量を持つ

$$M_{ij}^2 \equiv m^2(A_i^j) = k \left( \frac{1}{m_{ei}} + \frac{1}{m_{ej}} \right) \quad (10)$$

このようにして、フォトンからの寄与  $\log m_i^2$  は、ファミリー・ゲージボソンからの寄与  $+\log M_{ii}^2 = -\frac{1}{2} \log m_{ei}^2 + \log k$  によって、打ち消しが可能となる。

- (iii) モデルはアノマリー・フリーである。
- (iv) SUSY にも適用可能。

## 5. このゲージボソンの主な性質

(a) **U(3)** なので, **ゲージボソンは 9個.**

(b) 逆階層の質量を持つ:

$$m^2(A_i^j) \equiv M_{ij}^2 = k \left( \frac{1}{m_{ei}} + \frac{1}{m_{ei}} \right)$$

(c) クォーク・レプトンとは **pure vector type** で結合

(d) ゲージボソンの質量間の相対値およびゲージ結合定数はフリーではない。フリーパラメターは, 唯一, 一番軽いゲージボソンの質量  $M_{33}$  のみ。

(e) ファミリー数の破れはクォーク・セクターでのみ起こる。

(ファミリー量子数は質量固有状態にある荷電レプトンをbaseに定義。従って, **クォークはファミリーの固有状態にはない.**)

(d) 低いエネルギースケールでの現象を考えたい。(願望)

$$M_{33} \sim 1 \text{ TeV}$$

## 6. どんな現象が期待できるのか？

★ 既知モード      ★ 未検出モード

(a) e- $\mu$ - $\tau$  普遍性の破れの現象 ( $A_i^j$  の間の質量差に起因)

(例) ★  $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau / e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$       ★  $\Upsilon \rightarrow \tau^+ \tau^- / \mu^+ \mu^- / e^+ e^-$

(b) ファミリー数保存の稀崩壊

(例) ★  $B \rightarrow K + \tau^+ + \mu^-$       ★  $K \rightarrow \pi + \mu^+ + e^-$

[時間の節約のため今回は報告しない. See, PLB 711, 384 (2012)]

現在の実験的探索のboundから考えて、まもなく発見されると期待

(c) ファミリー数の破れの現象 (クォーク・セクターでのみ起こる)

(例) ★  $K^0 - \bar{K}^0$       ★  $D^0 - \bar{D}^0$       ★  $\mu^- + N \rightarrow e^- + N$       ★  $b \rightarrow s + \gamma$

(d) LHC や ILC において期待される直接的生成

(例) ★  $pp \rightarrow A_3^3 + X \rightarrow (\tau^+ \tau^-) + X$

[今回は報告しない. 乞う来年]

# 7. $e-\mu-\tau$ 普遍性からのズレと $M_{33}$ 値

## タウ崩壊

Effective interaction for  $\tau^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu \nu_\tau$

$$\begin{aligned}
 H^{eff} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ [\bar{\mu} \gamma_\rho (1 - \gamma_5) \nu_\mu] [\bar{\nu}_\tau \gamma^\rho (1 - \gamma_5) \tau] + \epsilon_\mu^0 (\bar{\nu}_{L\tau} \gamma_\rho \nu_{L\mu}) (\bar{\mu} \gamma^\rho \tau) \right\} \\
 &= 4 \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{4} \epsilon_\mu^0 \right) (\bar{\mu}_L \gamma_\rho \nu_{L\mu}) (\bar{\nu}_{L\tau} \gamma^\rho \tau_L) - \frac{1}{2} \epsilon_\mu^0 (\bar{\mu}_R \nu_{L\mu}) (\bar{\nu}_{L\tau} \tau_R) \right\} \quad (11)
 \end{aligned}$$

Therefore, we obtain

$$\epsilon_\mu = \frac{1}{2} \left( 1 - 2x_\mu \frac{g(x_\mu)}{f(x_\mu)} \right) \epsilon_\mu^0 \quad (12)$$

where  $g(x) = 1 + 9x^2 - 9x^4 - x^6 + 6x^2(1 + x^2) \log x^2$

and  $x_\mu = m_\mu / m_\tau$

$$\epsilon_\mu^0 = \frac{g_F^2 / M_{32}^2}{g_W^2 / 8M_W^2} \quad (13)$$

Gauge coupling constants  $g_F$  はフリー・パラメータではない:

$$g_F^2 = \frac{3}{2}\zeta e^2 = \frac{3}{2}\zeta g_W^2 \sin^2 \theta_W \quad (14)$$

水平ラインは観測値

$$\epsilon^{obs} = 0.0020 \pm 0.0016 \quad (15)$$

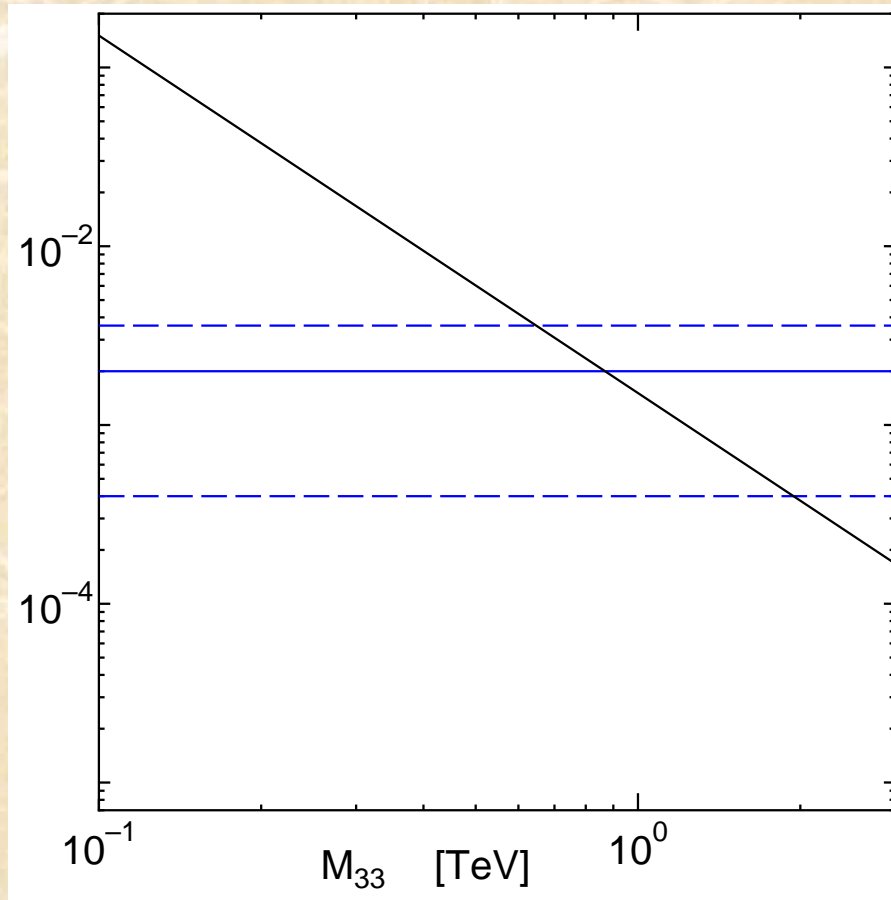
$$M_{23} = 2.6_{-0.7}^{+3.2} \text{ TeV} \quad (16)$$

よって, 一番軽いゲージ・  
ボゾンの質量は

$$M_{33} = 0.87_{-0.22}^{+1.07} \text{ TeV} \quad (17)$$

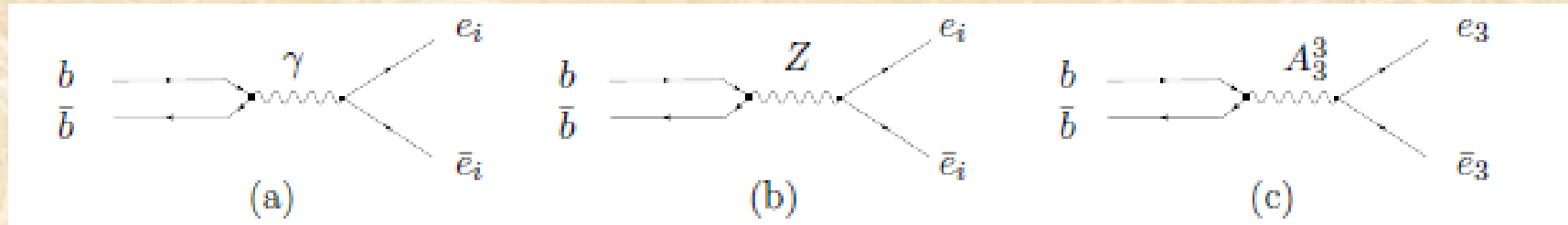
という結果が得られる.

ただし, 誤差が大きいので, この  
センター値はマジに受け取っては  
ならない. (あくまで, 参考値.)



$\epsilon_\mu$

# ウブシロン崩壊での $e-\mu-\tau$ 普遍性からのズレはどうか？



飛ぶことのできるファミリー・ゲージボソンは  $A_{33}^3$  だけなので、ズレは  $\gamma \rightarrow \tau^+ \tau^-$  にだけ現れる:

$$\varepsilon_\tau = \frac{g_F^2 M_\gamma^2}{e^2/3 M_{33}^2} \quad (18)$$

観測値  $R_{Br} \equiv \frac{Br(\gamma \rightarrow \tau^+ \tau^-)}{Br(\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-)} = 1.048 \pm 0.046 \quad (19)$

振幅での比は  $R_{amp} = 1 + \varepsilon_\tau = 1.028 \pm 0.022 \quad (20)$

結果だけを紹介すれば

質量値として  $M_{33} = 112_{-26}^{+130} \text{ GeV} \quad (21)$

実験誤差が大きいので、無論、この数値もマジに取るべきでない。

多分、実験精度が上がると、ズレの実験値はもう少し小さくなるだろう。



## 8. クォーク混合とファミリー数の破れ

**ファミリー数の破れは、クォーク・セクターでのみ起こる！**

- ファミリー・ゲージボソンは、荷電レプトンの質量行列  $M_e$  が対角型である基底において、質量の固有状態にある。

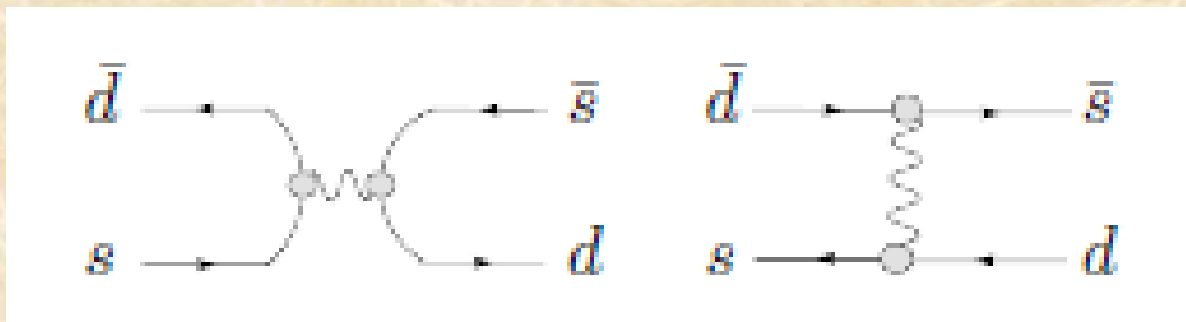
従って、レプトン・セクターではファミリー数の破れは少なくともツリー・レベルでは起こりえない。

- しかし、一般には、 $M_e$  が対角型である基底において、クォーク質量行列まで対角型であると限らない。

従って、クォーク・セクターでは、クォーク混合を通して、ファミリー数の破れの反応がツリー・レベルで可能となる。

$$\begin{aligned}
 H_{fam} &= g_F \sum_{q=u,d} (\bar{q}_i^0 \gamma_\mu q_j^0) (A_i^j)^\mu \\
 &= g_F \sum_{q=u,d} (A_i^j)_\mu \left[ (U_L^{q*})_{ik} (U_L^q)_{jl} (\bar{q}_{Lk} \gamma^\mu q_{Ll}) + (L \rightarrow R) \right] \quad (22)
 \end{aligned}$$

# ★ $K^0 - \bar{K}^0$ Mixing



左側の図は寄与しないことに注意

$$H^{eff} = g_R^2 \left[ \frac{1}{M_{33}^2} (U_{31}^{d*} U_{32}^d)^2 + \frac{1}{M_{22}^2} (U_{21}^{d*} U_{22}^d)^2 + \frac{1}{M_{11}^2} (U_{11}^{d*} U_{12}^d)^2 \right] (\bar{s} \gamma_\mu d) (\bar{s} \gamma^\mu d) + h.c. \quad (23)$$

$$\Delta m_K^{fam} = [(U_{31}^{d*} U_{32}^d)^2 + (U_{21}^{d*} U_{22}^d)^2 \times 5.95 \times 10^{-2} + (U_{11}^{d*} U_{12}^d)^2 \times 2.88 \times 10^{-4}] \times \frac{0.7738 \times 10^{-11}}{M_{33}^2} \text{ TeV} \quad (24)$$

c.f

**観測値:**  $\Delta m_K^{obs} = (4.484 \pm 0.006) \times 10^{-18} \text{ TeV} \quad (25)$

**標準模型値:**  $\Delta m_K^{SM} \sim 2 \times 10^{-18} \text{ TeV}$

試しに  $U_d = V_{CKM}$  と選んでみると

$$\Delta m_K^{fam} = [0.949375 \times 10^{-19} + 2.21129 \times 10^{-15} + 1.07122 \times 10^{-17}] / M_{33}^2 \quad (26)$$

となる.

- (i)  $M_{33} \geq 10^2 \text{ TeV}$  であればよい.
- (ii) もっと軽い  $A_3^3$  を望むのなら  $U_d = 1$  と見なせばよい.
- (iii) しかし, そのときは  $U_u = V_{CKM}^\dagger$  と選ばねばならない.

このとき,  $D^0 - \bar{D}^0$  混合が問題となる.

$$\Delta m_D^{fam} = [(U_{31}^{u*} U_{32}^u)^2 + (U_{21}^{u*} U_{22}^u)^2 \times 5.95 \times 10^{-2} + (U_{11}^{u*} U_{12}^u)^2 \times 2.88 \times 10^{-4}] \times 0.98974 \times 10^{-11} / M_{33}^2 \text{ TeV} \quad (27)$$

$U_u = V_{CKM}^\dagger$  のときは

$$= [4.3287 \times 10^{-19} + 2.8337 \times 10^{-14} + 1.37722 \times 10^{-16}] / M_{33}^2 \quad (28)$$

となる.

観測値:  $\Delta m_D^{obs} = (8.383_{-2.91}^{+2.79}) \times 10^{-18} \text{ TeV} \quad (29)$

従って, 再び, 第2項 ( $A_2^2$  の交換) が問題.

**結論:** 一般には  $M_{33} \geq 10^2 \text{ TeV}$  であればよい.

しかし, 特別のモデル

$$|U_{21}^d| < 10^{-2} \text{ and } |U_{21}^u| < 10^{-2} \text{ では } M_{33} \sim 1 \text{ TeV} \quad (30)$$

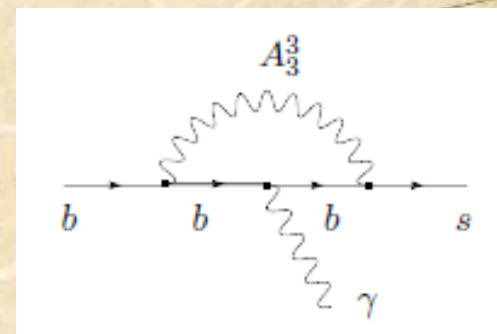
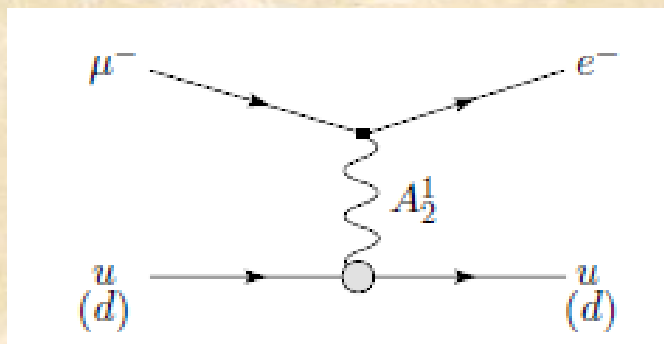
と選ぶことも可能!

# $\mu$ -e conversion・その他

20

$A_2^1$  の交換による  $\mu$ -e conv.

参考:  $b \rightarrow s + \gamma$



$\mu \rightarrow e + \gamma$  はツリー・レベルでは起きないが、  
 $\mu$ -e conv. はツリー・レベルで起きる！

$$H_{\mu \rightarrow e}^{eff} = \frac{g_F^2}{M_{21}^2} \left[ (U_{21}^{u*} U_{11}^u) (\bar{u} \gamma_\rho u) + (U_{21}^{d*} U_{11}^d) (\bar{d} \gamma_\rho d) \right] (\bar{e} \gamma^\rho \mu) \quad (31)$$

$$\left( \frac{g_F^2 / M_{21}^2}{g_W^2 / 8M_W^2} \right)^2 |U_{21}^{q*} U_{11}^q|^2 = |U_{21}^{q*} U_{11}^q|^2 \times \frac{3.00 \times 10^{-10}}{(M_{33}[\text{TeV}])^4} \quad (30)$$

$U_{21} \sim 10^{-2}$   $M_{33} \sim 1 \text{ TeV}$  なら, この値は  $10^{-14}$  のオーダーとなる

## 9. まとめ

クォーク混合に特別のモデルを想定すれば、 $K^0-\bar{K}^0$  ,  $D^0-\bar{D}^0$   
混合からの制約とも矛盾せずに

$$M_{33} \sim 1 \text{ TeV}$$

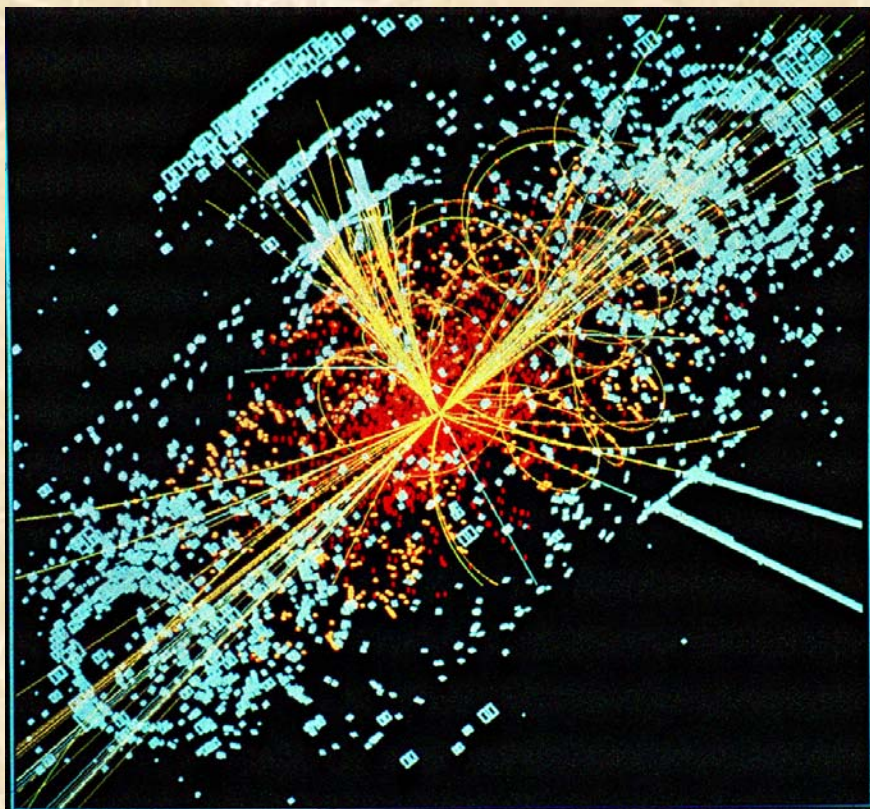
と選ぶことが可能である。

このように、逆階層質量を持ったファミリー・ゲージボソンのモデルでは、その質量にかなり低いエネルギー・スケールを考えることができるので、TeVスケールあるいはもっと低いエネルギー・スケールでの豊富な現象論が期待できる。

# ファミリー・ゲージボゾン遂に発見される！

2017年4月1日，

読産新聞



写真の提供は，発見者  
小出博士による

お詫び：当社では，4月1日付けの記事は誤報であったと断定いたしました。

情報提供者の話を鵜呑みにして，必要な検証を行うことなく，記事として掲載したことを深くお詫びします。

読産新聞編集局長