

基研研究会 素粒子物理学の進展 2011,

2011年3月7日 - 10日, 京都大学基礎物理学研究所

# *Yukawaon Model with Two Family Symmetries*

小出義夫

京都産業大学益川塾 & 大阪大学理学研究科



# 1. なぜ

## Two Family Symmetries を考えるのか？

もっばら、「ユカワオン模型」固有の問題に  
その動機がある。

では、「ユカワオン模型」とは何か？

# ユカワオン模型を考える動機

(一種の flavon model)

- 湯川結合定数を「定数」ではなく、力学量として定式化したい。

$$Y_f^{eff} = \frac{y_f}{\Lambda} \langle Y_f \rangle$$

「質量」の起源と「質量スペクトル」の起源とを切り離したい。(Higgs は標準模型と同じ。ただし SUSY.)

- 標準模型の成果はできるだけそっくり受け継ぎたい。→ ユカワオンは gauge singlets

$\mu < \Lambda$  では,  $Y_f^{eff}$  の振る舞いは標準模型と全く同じ。

- 各ユカワオンの VEV を基本的なユカワオン  $\Phi$  の VEV から統一的に理解したい。

# VEV relations の計算方法

1-3

Supersymmetric vacuume conditions から  
必要な VEV relations を求める.

(例)  $W_e = \mu_e \text{Tr}[Y_e \Theta_e] + \lambda_e \text{Tr}[\Phi_e \Phi_e \Theta_e]$

$$\frac{\partial W}{\partial \Theta_e} = \mu_e Y_e + \lambda_e \Phi_e \Phi_e = 0$$

よって

$$\langle Y_e \rangle = -\frac{\lambda_e}{\mu_e} \langle \Phi_e \rangle \langle \Phi_e^T \rangle$$

一方,  $\langle \Theta^e \rangle = 0$  を仮定するので,  $\partial W / \partial Y_e = 0$  や  
 $\partial W / \partial \Phi_e = 0$  は何ら新しい VEV 関係を導かない.

# ユカワオンの性質

(i) Conventional gauge symmetries

$$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

に対して, gauge singlets である.

(ii) Family symmetries の量子数のみを持つ.

(iii) 物質(quarks & leptons)との結合定数は

極めて小さい:  $g_{eff} \sim \langle H^0 \rangle / \Lambda \sim 10^{-12}$

(iv) Massive and stable

**問題点:**

今までのユカワオンモデルでは  $\Lambda \sim 1 \text{ TeV}$  なので

質量行列を与える以外での物理の観測は ほとんど絶望的  
この  $\Lambda$  をなんとかもっと低くしたい!

# こだわりの1点

Froggatt-Nielsen model は Generation 派の立場  
これに反対して,

あくまで Family派の立場でモデルを構築したい.

「Yukawa coupling constants における階層性」の問題は,  
Generation派が勝手に問題と考えているたわごとに過ぎない.  
そんな問題はもともと存在しない.

Quarks and leptons は, family symmetry  $G$  の  
triplets と考える.

Triplet は triplet でなければならず,  
 $2+1$  でもなければ,  $1 + 1' + 1''$  でもない!

# すべての質量スペクトルと混合を 基本的VEV $\langle \Phi_e \rangle_e$ で理解したい

$$\langle Y_e \rangle_e \propto \langle \Phi_e \rangle_e \langle \Phi_e \rangle_e$$

$$\langle Y_u \rangle_e \propto \langle \Phi_u \rangle_e \langle \Phi_u \rangle_e$$

$$\langle \Phi_u \rangle_e \propto \langle \Phi_e \rangle_e \langle S_u \rangle_e \langle \Phi_e \rangle_e$$

$$\langle Y_d \rangle_e \propto \langle \Phi_e \rangle_e \langle S_d \rangle_e \langle \Phi_e \rangle_e$$

$$\langle S_q \rangle_e \propto X + a_q \mathbf{1} \equiv \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + a_q \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## ニュートリノセクター

通常のシーソータイプのモデルを考える:

$$M_\nu \propto \langle Y_\nu \rangle \langle Y_R \rangle^{-1} \langle Y_\nu \rangle$$

但し、ディラックおよびマヨラナ質量行列は次のように与えられる:

$$\langle Y_\nu \rangle \propto \langle Y_e \rangle$$

$$Y_R \propto Y_e P_u \Phi_u + \Phi_u P_u Y_e + \xi (P_u Y_e \Phi_u + \Phi_u Y_e P_u)$$

$$\langle \Phi_u \rangle_u \propto \text{diag}(\sqrt{m_u}, -\sqrt{m_c}, \sqrt{m_t})$$

$$\langle P_u \rangle_u = v_P \text{diag}(+1, -1, +1)$$

Y.K. PLB 680, 76 (2009) [arXiv:0904.1644 [hep-ph]

**特色:  $M_{\text{Dirac}} = M_e$  のモデルなので,  $U_{\text{MNS}}$  の構造は,  
 $M_R$  の構造のみに起因する!  
 しかも,  $M_u$  の構造に関係して!**



# Old yukawaon model の成果

1-8

Neutrino tribimaximal mixing と up-quark mass ratios がたった2つのパラメーターだけで記述することに成功！  
(neutrino sector に discrete symmetry を仮定することなく！)

CKM mixing の説明も、ほぼよい傾向を与える。

# Old yukawaon model の欠点

yukawaons は、masses and mixings を与える以外に、何ら目に見える物理を与えない！

なぜなら、neutrino seesaw masses を与えるためには

$\Lambda \sim 10^{12} \text{ GeV}$  と選ぶ必要があったから。

## 2.

なぜ  $U(3) \times O(3)$  を考えるのか？  
なぜ  $(e_L, e_R)$  を  $(3, 3^*)$  of  $U(3)$  と  
考えるのか？

→ Sumino の  $U(3) \times O(3)$  model  
に刺激されて

では Sumino Model とは？

# Sumino は何にこだわったか？

$$K \equiv \frac{m_e + m_\mu + m_\tau}{(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2} = \frac{2}{3} \quad (1.1.2)$$

The relation (1.2) is satisfied with an accuracy of  $10^{-5}$  for the observed charged lepton masses (pole masses)

$$K^{pole} = \frac{2}{3} \times (0.999989 \pm 0.000014) \quad (1.1.3)$$

However, if we use the running mass values, the formula is only valid with an accuracy of  $10^{-3}$  for the running masses, for example, at  $\mu = m_Z$

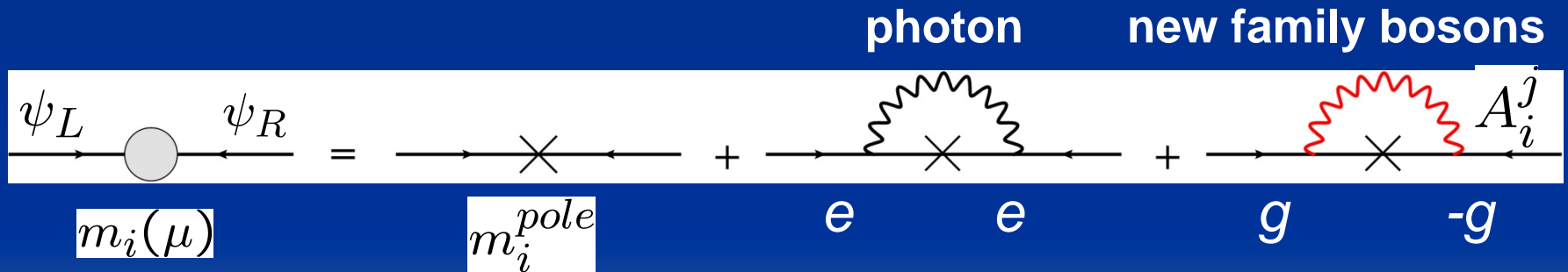
$$K_{\mu=M_Z}^{run} = \frac{2}{3} \times (1.00189 \pm 0.00002) \quad (1.1.4)$$

# Sumino mechanism

2-3

[Y.S., PLB 671, 477 (2009); JHEP 0905, 075 (2009)].

The deviation of  $K^{run}(\mu)$  from  $K^{pole}$  is caused by a term  $m_i \log(\mu/m_i)$  in the radiative correction due to photon. He considers that a family symmetry is gauged, and the logarithmic term due to photon is exactly canceled by that due to family gauge bosons.



Therefore, we can obtain  $K(\mu) = K^{pole}$   $(\psi_L, \psi_R) = (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*)$

In the Sumino model,  $K=2/3$  is exactly given at  $\mu=\Lambda$ , and then we can obtain  $K^{pole} \simeq K(\Lambda) = \frac{2}{3}$  due to above mechanism

# Sumino's would-be Yukawa interaction

$$H_e = \frac{y_e}{\Lambda^2} \bar{\ell}_L^i (\Phi_e)_{i\alpha} (\Phi_e^T)_{\alpha j} e_R^j H$$

$i, j$ : SU(3),  $\alpha$ : O(3)

- (1) 荷電レプトンについてのみのモデルである。
- (2) O(3) は family symmetry の役割を果たしていない。
- (3) U(3) について anomaly free とはなっていない。

ここからが本論です！

# 3.

## A model with two family symmetries

- (i)  $O(3)$  にも quarks & leptons の family symmetry としての役割を持たせたい.
- (ii) Standard model は conventional gauge symmetries に対して anomaly free となっている.  
それ故, family gauge symmetries に対しても  
そうになっていることを要求してみる.
- (iii) 少なくとも  $\mu=\Lambda$  までは,  $\alpha_f$  は burst しないこと.

# Superpotential

具体的には, レプトン・セクターについて次の would-be Yukawa interactions を仮定する.

$$W_\ell = \frac{y_e}{\Lambda} \ell_i (Y_e)^{ij} e_j^c H_d + \frac{y_\nu}{\Lambda} \ell_i (\Phi_e)^{i\alpha} \nu_\alpha^c H_u + y_R \nu_\alpha^c (Y_R)^{\alpha\beta} \nu_\beta^c$$

$$W_e = \left( \mu_e Y_e^{ij} + \lambda_e (\Phi_e)^{i\alpha} (\Phi_e^T)^{\alpha j} \right) \Theta_{ji}^e$$

- 従って, シーソータイプのニュートリノ質量行列

$$M_\nu = m_D M_R^{-1} m_D^T \text{ において,}$$

$$m_D \propto \langle \Phi_e \rangle \text{ and } M_R \propto \langle Y_R \rangle$$

と与えられることになる.

- クォーク・セクターでは, 1つだけ  $3^*$  であればよい.

$$W_q = \frac{y_u}{\Lambda} u^{ci} (Y_u)_{i\beta} q_\beta H_u + \frac{y_d}{\Lambda} d_\alpha^c (Y_d^T)^{\alpha\beta} q_\beta H_d$$

The form of  $\langle Y_R \rangle$  is derived from a superpotential for Yukawaons by applying SUSY vacuum conditions.

Y.K. PLB 665, 227 (2008); PLB 680, 76 (2009)

As a result, our neutrino mass matrix is given by

$$M_\nu \propto M_e^{1/2} \left\{ M_e^{-1/2} \left[ M_u^{1/2} M_e + M_e M_u^{1/2} + \xi_\nu \text{Tr}[M_u^{1/2}] M_e \right] M_e^{-1/2} \right\}^{-1} M_e^{1/2}$$

where

$$M_u^{1/2} = M_e^{1/2} (\mathbf{1} + a_u X) M_e^{1/2}$$

$$\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Note that  $M_\nu$  ( $M_u$ ) is described only by one parameter  $\xi_\nu$  ( $a_u$ ), respectively.



# Numerical Results

3-4

$a_u = -1.78$  predicts reasonable up-quark mass ratios

$$\sqrt{m_1/m_2} = 0.044, \quad \sqrt{m_2/m_3} = 0.056$$

c.f.  $\sqrt{m_u/m_c} = 0.045^{+0.013}_{-0.010}, \quad \sqrt{m_c/m_t} = 0.060 \pm 0.005$

and

$\xi_\nu = 0.01$  can give the observed “nearly tribimaximal mixing”

$\xi_\nu$	$\tan^2 \theta_{solar}$	$\sin^2 2\theta_{atm}$	$ U_{13} ^2$
0	0.6995	0.9872	$1.72 \times 10^{-4}$
0.009	0.4610	0.9902	$2.28 \times 10^{-4}$
0.010	0.4408	0.9905	$2.35 \times 10^{-4}$

$$\tan^2 \theta_{solar}^{obs} = 0.457^{+0.038}_{-0.041} \quad \sin^2 2\theta_{atm}^{obs} = 1.00_{-0.13} \quad |U_{13}|_{obs}^2 < 0.057$$

For further details, see Y.K. arXiv:1011.1064 [hep-ph].

Note: if  $|U_{13}|^2 \sim 0.01$  is established by experiments,  
the present model is ruled out.

# U(3)xO(3) model は何を改善したか？

## 従来のユカワオン模型

- 各 $Y_f$  を他から区別するために, sector charge  $U(1)_X$  の導入が必要
- Dirac neutrino mass matrix by hand で  $M_D = M_e$  と選んだ
- Cutoff scale  
 $\Lambda \sim 10^{12}$  GeV

Yukawaons は観測不能

## Sumino Model

- $\Phi$  が利用されていない
  - Anomaly free でない
  - Down-quark sector に  $\Delta N_f = 2$  の相互作用が現れる
- Kaon physics からの制限がきつい

## U(3)xO(3) model

$U(1)_X$  なしでOK  
ただし R-charge は必要

$M_D = M_e^{1/2}$  は必然的

$\Lambda \sim 10^8$  GeV ( $10^5$  TeV)

$m(A_1^1) \sim 1$  TeV 観測可能

前述のごとく,  $Y_\nu$  として利用  
Anomaly free とできる

U(3) gauge bosons は  
 $u^c$  のみに couple

No  $\Delta N_f = 2$  interactions  
except for charged leptons

# なぜ $\Lambda$ を低く選べるのか？

このモデルでは、ディラック・ニュートリノ質量行列  $M_{Dirac}$  は、 $M_{Dirac} = M_e$  ではなく、 $M_{Dirac} = M_e^{1/2}$  で与えられる。

即ち、ニュートリノ質量行列は次のように与えられる：

$$M_\nu = \frac{y_\nu^2}{\lambda_R} \langle H_u^0 \rangle^2 \frac{\langle \Phi_e \rangle}{\Lambda} \langle Y_R \rangle^{-1} \frac{\langle \Phi_e \rangle}{\Lambda}$$

一方、荷電レプトンの質量は次のように与えられる。

$$M_e = y_e \frac{\langle Y_e \rangle}{\Lambda} \langle H_d^0 \rangle = -y_e \lambda_e \frac{\Lambda}{\mu_e} \frac{\langle \Phi_e \rangle}{\Lambda} \frac{\langle \Phi_e \rangle}{\Lambda} \langle H_d^0 \rangle$$

結果として、観測値  $m_{\nu 3}/m_\tau \sim 10^{-10}$  を与えるためには、

$$\Lambda \sim \sqrt{10^{13} [\text{GeV}] \mu_e [\text{GeV}]}$$

であればよい。例えば、 $\mu_e \sim 1 \text{ TeV}$  なら  $\Lambda \sim 10^8 \text{ GeV}$

# Gauge bosons は見えるか？

The dominant contribution comes from  $\langle Y_u \rangle$

$$m(A_i^j) \simeq \frac{g}{\sqrt{2}} \sqrt{(v_i^u)^2 + (v_j^u)^2} = g \sqrt{\frac{m_{ui}^2 + m_{uj}^2}{2y_u \langle H_u^0 \rangle}} \Lambda$$

$$\frac{m(A_1^1)}{m(A_3^3)} \simeq \frac{m_u}{m_t} \simeq 0.74 \times 10^{-5}, \quad \frac{m(A_2^1)}{m(A_3^3)} \simeq \frac{m_c}{\sqrt{2}m_t} \simeq 2.6 \times 10^{-3}$$

If we suppose  $\Lambda \sim 10^8$  GeV

we obtain  $m(A_1^1) \sim 1$  TeV and  $m(A_2^1) \sim 10^2$  TeV

- **Search for the gauge boson  $A_1^1$**   
in  $Z'$  searches at LHC  
It decays into  $e^+e^-$  but not into  $\mu^+\mu^-$

For more details, see Y.Koide, Y.Sumino and M.Yamanaka,  
PLB 695, 279 (2011).

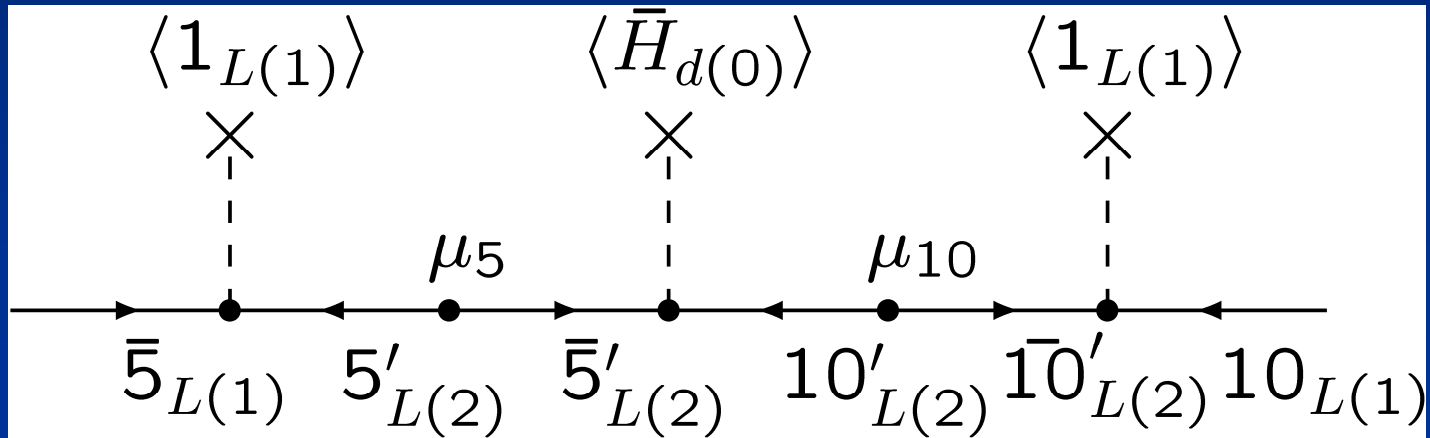
- **Search for effects of the gauge boson  $A_2^1$**   
The boson cannot couple to down-quark sector  
It can contribute to  $D^0-\bar{D}^0$  mass difference.

Phenomenological studies of the present model will  
be given elsewhere.

# Future task 1: How to leave from the effective theory

$\Lambda$  なしのモデルをどのように作るか？

→ heavy fermions を導入して, シーソー・モデルとする



[Also see YK PRD73, 05791 (2006)]

しかし, これでは, これ以上 conventional gauge non-singlets の  
粒子を増やさないと意図に反する.

# Future task 2:

## SUSY or non-SUSY? That is the problem

VEVの間の関係式を求めるに当たって、SUSY真空の条件を使用してきた。

→ しかし、現実には SUSY は破れている。

→ その効果をどのように結果に取り入れるか？

ユカワオンでは SUSY の破れは無視できるとできないか？

それとも、もともと SUSY のシナリオを用いたのは、VEV relations を簡単に計算するための便宜的なものに過ぎなかったもので、本来の non-SUSY シナリオに立ち戻るべきか？（Yukawaons にフェルミオンが伴っている必要はなく、利用するのは、スカラーだけであった。） → しかし、non-SUSY では、今まで求めてきた VEV relations を得ることは容易ではない！

（ $\Theta$ -field の裏技が使えない； R-charge 保存の利用ができない。）

前者を望む場合の山下さんのアドバイス

A案：Extra-dimension のシナリオにちなさい。

B案：SUSY breaking は gauge mediation によって起こるとしなさい。