

# なぜ私は 荷電レプトンの質量値に こだわるのか

小出義夫（大阪大・理）

古い話の蒸し返しで  
申し訳ござんせんが...



# 話の流れ

1. なぜこのようなタイトルで トークをやろうと思ったか？

(たんなる言い訳)

2. なぜ荷電レプトンなのか？

(基本姿勢の表明)

3. では荷電レプトン式での  $(m_e, m_\mu, m_\tau)$  は  
何を意味するのか？

(復習:関係式の Derivation)

4. 今後の課題

5. だめ押しのコメント (まとめ)



**1. なぜこのようなタイトルで  
トークをやらうと思ったか？**

## 荷電レプトン質量式と言えば

$$K(m_{ei}) \equiv \frac{m_e + m_\mu + m_\tau}{(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2} = \frac{2}{3}$$

Y K, LNC 34, 201 (1982); PLB 120, 161 (1983)

を思い浮かべる人が多い。

未だにこの式での  $(m_e, m_\mu, m_\tau)$  は観測値のことだと思っている人が多い。(特に物理屋以外の人々に)

不幸にして観測値がこの式とぴったり合っていることが原因の1つであろう。

$$K(m_{ei}^{pole}) = \frac{2}{3} \times (0.999989 \pm 0.000014)$$

$(m_e, m_\mu, m_\tau)$  は荷電レプトンの質量の観測値をあらわしているのではない！

ということをこの機会に強く主張したい。

# さらなる不満

\* 「質量」についての式である。

にもかかわらず「質量」という物理量を意識しないシナリオで、この式を理解しようとする人たちがいる。例えば、「幾何学的解釈」などもっての外！

ケプラーの時代でもあるまいに。

\* 観測値があのかの式をととてもよい精度で満たすので、多くの人が本質を見失ってしまっている。何をやっても、「そんなシナリオでは、あんなに良い精度で一致していることを説明できない」と、そこで思考停止をしてしまっている。



## 2. なぜ荷電レプトンなのか？

なぜ荷電レプトンの質量を物理の基本定数とみなしているのか

# 最近の仕事での例: $U(3) \times U(3)'$ Model

YK and H.Nishiura, PRD 92, 111301(R) (2015) , IJMPA(32, 1750085 (2017)

$$\begin{pmatrix} \bar{f}_L^i & \bar{F}_L^\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (0)_i^j & (\Phi_f)_i^\beta \\ (\bar{\Phi}_f^T)_\alpha^j & -(S_f)_\alpha^\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{Rj} \\ F_{R\beta} \end{pmatrix}$$

$$(M_f)_i^j = \langle \Phi_f \rangle_i^\alpha \langle S_f^{-1} \rangle_\alpha^\beta \langle \bar{\Phi}_f \rangle_\beta^j \quad (\Lambda \ll \Lambda')$$

Since  $U(3)'$  is broken into  $S_3$ ,

the VEVs of  $\Phi_f$  take a form (unit matrix + democratic matrix)

$$\langle \hat{S}_f \rangle = v_{Sf} (1 + b_f X_3),$$

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X_3 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Since  $b_e=0$

$$\langle \Phi_f \rangle \propto \text{diag}(\sqrt{m_e}, \sqrt{m_\mu}, \sqrt{m_\tau})$$

YK and H.Fusaoka,

Z.Phys. C 71, 1160 (1996)

$b_f$  を与えることによって, masses と mixings が完全に決定される!

# 私見：**Bohr** の業績からの教訓



Bohr が正しく量子条件にたどりつけたのも、  
もっとも簡単な構造を持つ水素原子の出すスペクトル  
に注目したからである。

➡ 素粒子においてもっとも簡単な構造をもつものは  
荷電レプトンである。

➡ よって、荷電レプトンの研究にこそ  
素粒子理解への最も重要な手がかりがあるはず！

(D1 のころの基研研究会での発言)

QCDのような複雑な計算には手が出ない！



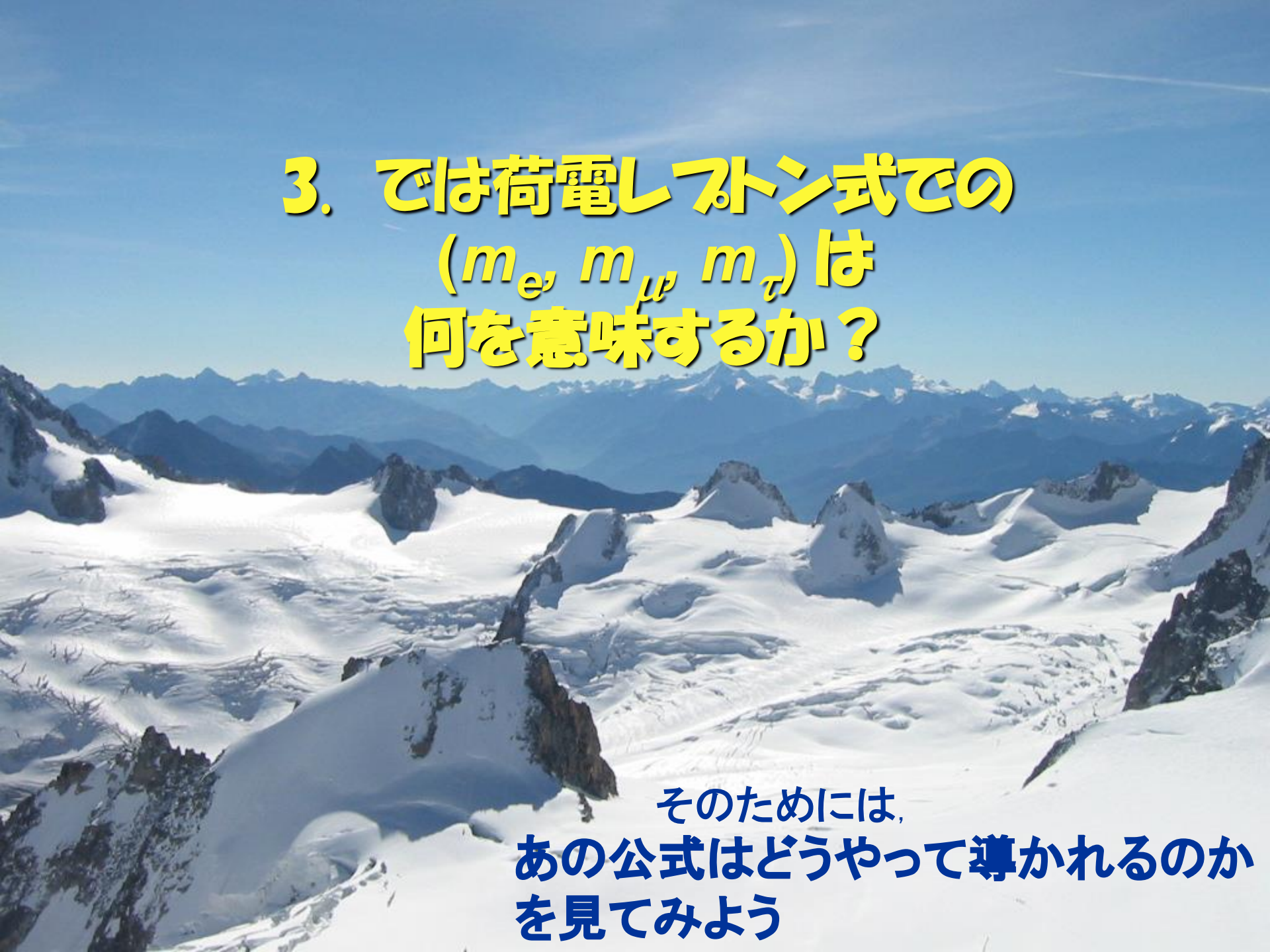
信用できる量は荷電レプトンの質量だけだ！

$$\tan \theta_c = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{m_\mu} - \sqrt{m_e})}{2\sqrt{m_\tau} - \sqrt{m_\mu} - \sqrt{m_e}}$$

YK, PRL 47, 1241 (1981)

Adjustable parameters を含まなく, Clebsh-Gordan 係数だけが登場する議論をやりたい.





3. では荷電レプトン式での  
 $(m_e, m_\mu, m_\tau)$  は  
何を意味するか？

そのためには、  
あの公式はどうやって導かれるのか  
を見てみよう

# 公式の誘導 (復習)

“Charged lepton mass sum rule from U(3)-family Higgs potential model”

YK, MPL A5, 2319 (1990)

- (i) 荷電レプトンの質量 (Yukawa coupling constant) は  
U(3) family nonet scalar  $\Phi$  の VEV  $\langle \Phi \rangle$  によって

$$Y_e^{eff} \propto \langle \Phi_e \rangle \langle \Phi_e \rangle$$

の形で与えられる。(以後,  $\langle \rangle$  を略す.)

- (ii) その VEV の値は次のポテンシャルにより与えられる:

$$V = \mu^2 [\Phi\Phi] + \lambda [\Phi\Phi]^2 + \lambda' [\Phi]^2 [\Phi_8\Phi_8]$$

$$\Phi: \mathbf{8+1} \text{ of } U(3)$$

$$\Phi_8 \equiv \Phi - \frac{1}{3} \text{Tr}[\Phi] \mathbf{1} : \mathbf{8} \text{ of } U(3)$$

(ここで,  $\text{Tr}[\dots]$  は, 簡単のため, 単に  $[\dots]$  と書く.)

$$V = \mu^2[\Phi\Phi] + \lambda[\Phi\Phi]^2 + \lambda'[\Phi]^2[\Phi_8\Phi_8]$$

第3項は U(3) inv を破る項.

しかし, SU(3) inv であることに注意!

$\lambda'$  項は

$$\Phi_8 = \Phi - \frac{1}{3}\text{Tr}[\Phi]1 : 8 \text{ of } U(3)$$

$$[\Phi]^2 \left( [\Phi\Phi] - \frac{1}{3}[\Phi]^2 \right) = \left( [\Phi]^2[\Phi\Phi] - \frac{1}{3}[\Phi]^4 \right)$$

と書けることに注意すれば

$$\frac{\partial[\Phi^n]}{\partial\Phi} = n\Phi^{n-1}$$

$$\frac{\partial[\Phi]}{\partial\Phi} = 1$$

$$\frac{\partial V}{\partial\Phi} = \mu^2 2\Phi + \lambda 2[\Phi\Phi] 2\Phi + \lambda' \left( [\Phi]^2 2\Phi + [\Phi\Phi] 2[\Phi]1 - \frac{4}{3}[\Phi]^3 1 \right)$$

$$= (\mu^2 + \lambda[\Phi\Phi] + \lambda'[\Phi]^2) \Phi + 2\lambda' \left( [\Phi\Phi] - \frac{2}{3}[\Phi]^2 \right) [\Phi]1$$

$\langle \Phi \rangle = \text{diag}(v_1, v_2, v_3)$  の3つの固有値が、すべて互いに異なり、かつ、いずれもゼロでないことを要求するなら、 $\Phi$  および 1 の係数は各々ゼロであるべき。

$\Phi$  の係数 
$$\mu^2 + \lambda[\Phi\Phi] + \lambda'[\Phi]^2 = 0$$

1 の係数 
$$[\Phi\Phi] - \frac{2}{3}[\Phi]^2 = 0$$

よって、「1 の係数 = 0」より望みの荷電レプトンの質量式

$$\frac{m_e + m_\mu + m_\tau}{(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}{(v_1 + v_2 + v_3)^2} = \frac{\text{Tr}[\langle \Phi_e \rangle \langle \Phi_e \rangle]}{(\text{Tr}[\langle \Phi_e \rangle])^2} = \frac{2}{3}$$

が得られる。

**結論は  $\lambda'$  の具体的大きさには無関係であることに注意；**

どれだけ小さな値でも構わない。ゼロでさえななければよい。

# 結論

荷電レプトン関係式に登場する( $m_e, m_\mu, m_\tau$ ) は複雑な相互作用の結果である荷電レプトンの「観測値」ではなく、「U(3) family symmetry limit での荷電レプトン質量」である。(正確には, それを与えるスカラーのVEV)

U(3) family symmetry limit:

U(3) family の相互作用以外(photonなど)をすべてスイッチオフしたとき

(U(3) × U(3)' model での数値計算では, 近似的に「荷電レプトンの観測値」を代用してはいるが.)

(補足) なぜ, 観測値がU(3)式をよく満たしているかについては

See: Y. Sumino, PLB 671, 477 (2009); JHEP 05, 075 (2009).

# 私にもよくわかっていない問題

この式はU(3) family violated term  
(しかし, still SU(3) family conserved)  
から得られた.

この式は U(3) family limit での式とってよいか?  
それとも SU(3) family の式と言うべきか?

# 4. 今後の課題

## (i) いかに $\Phi$ の実験的検証を行うか？その方法の探索

Higgs だって見えたのだから  $\Phi$  だって見えるはず！

(悲観論) Energy scale が異なる. 現存・計画中の装置では無理

## (ii) 3つの量 ( $m_e, m_\mu, m_\tau$ ) $\rightarrow$ 2つの独立した関係式.

その1つが

$$\frac{m_e + m_\mu + m_\tau}{(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2} = \frac{\text{Tr}[\langle\Phi_e\rangle\langle\Phi_e\rangle]}{(\text{Tr}[\langle\Phi_e\rangle])^2} = \frac{2}{3}$$

なら, 残る1つは

$$\frac{\sqrt{m_e m_\mu m_\tau}}{(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^3} = \frac{\det\langle\Phi_e\rangle}{(\text{Tr}[\langle\Phi_e\rangle])^3} = ?$$

であろう. それを導くポテンシャル  $V(\Phi)$  の形やいかに！

(iii) 「それって, おもしろいね. 見事だね.」で終わってはならない.

(i) の話に戻って, その相互作用の存在を検証したい.



# 5. だめ押しのコメント

荷電レプトンの family 数は3

→ U(3) family を考えることは自然の成り行き

→ 観測値とは無関係に例の式がでてしまう！

$$K(m_{ei}) \equiv \frac{m_e + m_\mu + m_\tau}{(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\tau} + \sqrt{m_\tau})^2} = \frac{2}{3}$$

**観測値に拘る限り、物理を進めることはできなくなる！**

ご静聴ありがとうございました