自発的対称性の破れと質量生成メカニズム

Y. Koide: 2013.12.31

● 基本的なアイディア

ヒグスメカニズムの基本的アイディアを先ず紹介しよう.

今，スカラー粒子 (スピン J, パリティ P が　$J^P = 0^+$ である粒子）) の場 $\phi(x)$ のポテンシャル（位置エネルギー）が，次のような式で与えられているとしよう：

$$V(\phi(x)) = \mu^2\phi^2 + \lambda\phi^4. \tag{1}$$

（V は，ϕ の関数であって，直接的には 4 次元時空座標 $x = (t, \mathbf{r})$ の関数ではないことに注意.）

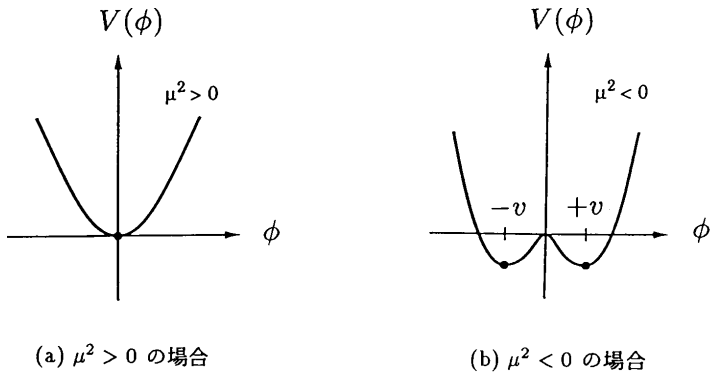

Fig.1 Higgs potential $V(\phi)$ vs ϕ

この $V(\phi)$ の振る舞いは，通常（$\mu^2 > 0, \lambda > 0$) は，Fig.5.1 (a) のようになる．従って，$\phi = 0$（すなわち，ϕ が見いだされる確率がゼロとなる ϕ の状態）を真空と定義してよい．しかし，$\mu^2 < 0$, $\lambda > 0$ のときには，その振る舞いは Fig.1 (b) のようになる．このときの V が極小値 をとる　ϕ の値は

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = 2\mu^2\phi + 4\lambda\phi^3 = 0, \tag{2}$$

より

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}, \tag{3}$$

で与えられる．物理的には,「真空」とは，粒子のエネルギーの取り得る一番低い値で定義されるので．この状態を改めて我々の世界での「真空」として定義しなければならない．そして，物理的粒子は，ϕ ではなく，

$$\hat{\phi} = \phi - v, \tag{4}$$

で定義される $\hat{\phi}$ であると見なさねばならない．この v を $v = \langle\phi\rangle$ と書き，粒子 ϕ の真空期待値 (vacuum expectation value) と呼ぶ．また，このような理由により，初めの理論における対称性が破れる現象を「自発的対称性の破れ」(spontaneous symmetry breaking) と呼ぶ.（もともとの理論は対称性を満たしているのに，現実世界では，より位置エネルギーが低い状態が「真空」であるということにより，対称性が「自発的に」破れるので，そのような呼び名がついた.）

(4) のようなことが起こると，フェルミオン（フェルミ粒子：具体的にはクォークとレプトンのこと）ψ ヒッグス粒子 ϕ とは $\bar{\psi}\psi\phi$ の形の相互作用を持つので（それを湯川相互作用と言う），

$$\mathcal{H} = y\bar{\psi}\psi\phi \quad \Rightarrow \quad \mathcal{H} = y\bar{\psi}\psi(v+\hat{\phi}), \tag{5}$$

となって，このフェルミオンは

$$m = y\langle\phi\rangle = y\,v, \tag{6}$$

の質量を持つことになる.（ y を「湯川結合定数」と呼ぶ.）（$\bar{\psi}\psi\phi$ は，フェルミオンが ϕ を放出・吸収する相互作用を表すが， $m\bar{\psi}\psi$ はフェルミオンの質量項を表す.）クォークとレプトンはこのようにして，初めは質量ゼロであったにもかかわらず質量を得ることになる.

また，(1) 式 から

$$\mathcal{H} = \mu^2\phi^2 + \lambda\phi^4 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{H} = \mu^2(v+\hat{\phi})^2 + \lambda(v+\hat{\phi})^4$$

$$= \mu^2v^2 + \lambda v^4 + 2(v\mu^2 + 2v^3\lambda)\hat{} + (\mu^2 + 6v^2\lambda)\hat{\phi}^2 + 4\lambda v\hat{\phi}^3 + \lambda\hat{\phi}^4, \tag{7}$$

を得る．この第 3 項は，(2) [(3)] よりゼロとなることが分かる．物理的に意味のある項は第 3 項からであって，第 3 項 ($\hat{\phi}^2$ term) は質量項に対応する．$\hat{\phi}^2$ の係数が粒子 $\hat{\phi}$ の質量 m_ϕ の 2 乗，$\frac{1}{2}m_\phi^2$ を表す.）

$$\frac{1}{2}m^2(\hat{\phi}) = \mu^2 + 6v^2\lambda = -v^2\lambda + 6v^2\lambda = 4\lambda\,v^2 \quad \Rightarrow \quad m_\phi = \sqrt{8\lambda v^2}. \tag{8}$$

その後の 2 項は ϕ 同士の相互作用を意味する．このようにして，ヒッグス粒子自身も質量を持つことになる.

更には，ゲージ粒子と呼ばれる力を媒介する粒子も同様なメカニズムによって質量を持つことになる.

- **もう少し詳しい話**

今まで，スカラー粒子 ϕ は 1 つの粒子であるかのように，書いてきたが，実は，2 つの仲間からなる粒子である：

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}. \tag{9}$$

これを $\mathrm{SU}(2)_L$ 対称性の 2 重項 (doublet) と呼ぶ.（SU(2) 対称性については解説を略する.）ポテンシャル (1) の代わりに

$$V = \mu^2H^\dagger H + \lambda(H^\dagger H)^2 = \mu^2(H^-H^+ + \bar{H}^0H^0) + \lambda(H^-H^+ + \bar{H}^0H^0)^2, \tag{10}$$

と書くのが正しい．この極小値は,

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{H}^0} = \mu^2H^0 + 2\lambda(H^-H^+\bar{H}^0H^0)H^0 = 0, \tag{11}$$

などから,

$$\mu^2 + 2\lambda(H^-H^+ + \bar{H}^0H^0) = 0, \tag{12}$$

を得る.（どの field component で微分しようと (11) を得ることに注意.）荷電粒子 H^+ が真空期待値 $\langle H^+\rangle \neq 0$ を持ってしまうと電磁場の U(1) 対称性といわれるものが破れてしまう（その説明は省略：ともかくそうなると光子は質量を持つことになり,「光速」では光子は飛べなくなって

しまう）ので，$\langle H^+ \rangle = 0$ でなければならない．結局，(12) 式より，中性のヒグス・スカラーのみが真空期待値

$$\langle H^0 \rangle = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \tag{13}$$

を持つこととなる．

このようにして，H^0 と相互作用をするすべての「素」粒子は，先に述べたようなメカニズムによって，質量項が現れることになる．これが，ヒッグスメカニズムによる質量の生成である．

なお，蛇足ではあるが，ヒッグス粒子 H^0 が (4) 式と同じように，$\hat{H}^0 = H^0 - \langle H^0 \rangle$ として $\hat{H}^0$ を定義するとき（正確に述べると $1/\sqrt{2}$ といいうファクターが付くのだが），今回発見された粒子は，この物理的な粒子 $\hat{H}^0$ に対応する．（H^+ など，H の残りの成分がどうなったかについては，ウィークボゾンと呼ばれるゲージ粒子の質量生成に関係しているので，ここでの説明は省略する.）