

益川塾セミナー 2013年2月23日

Introduction to

***Family Gauge Boson Model  
with  
an Inverted Mass Hierarchy***

Yoshio Koide

Dept of Physics, Osaka University

and

Maskawa Institute, Kyoto Sangyo University

Based on YK and T.Yamashita, Phys.Lett. B 711, 384 (2012);  
YK, Phys.Rev.D, 87, 016016 (2013)

# Contents

## Part I

### 1. Introduction

**Why** we consider family gauge bosons?

### 2. How to build the model

**Introduction to the Koide-Yamashita model**

## Part II

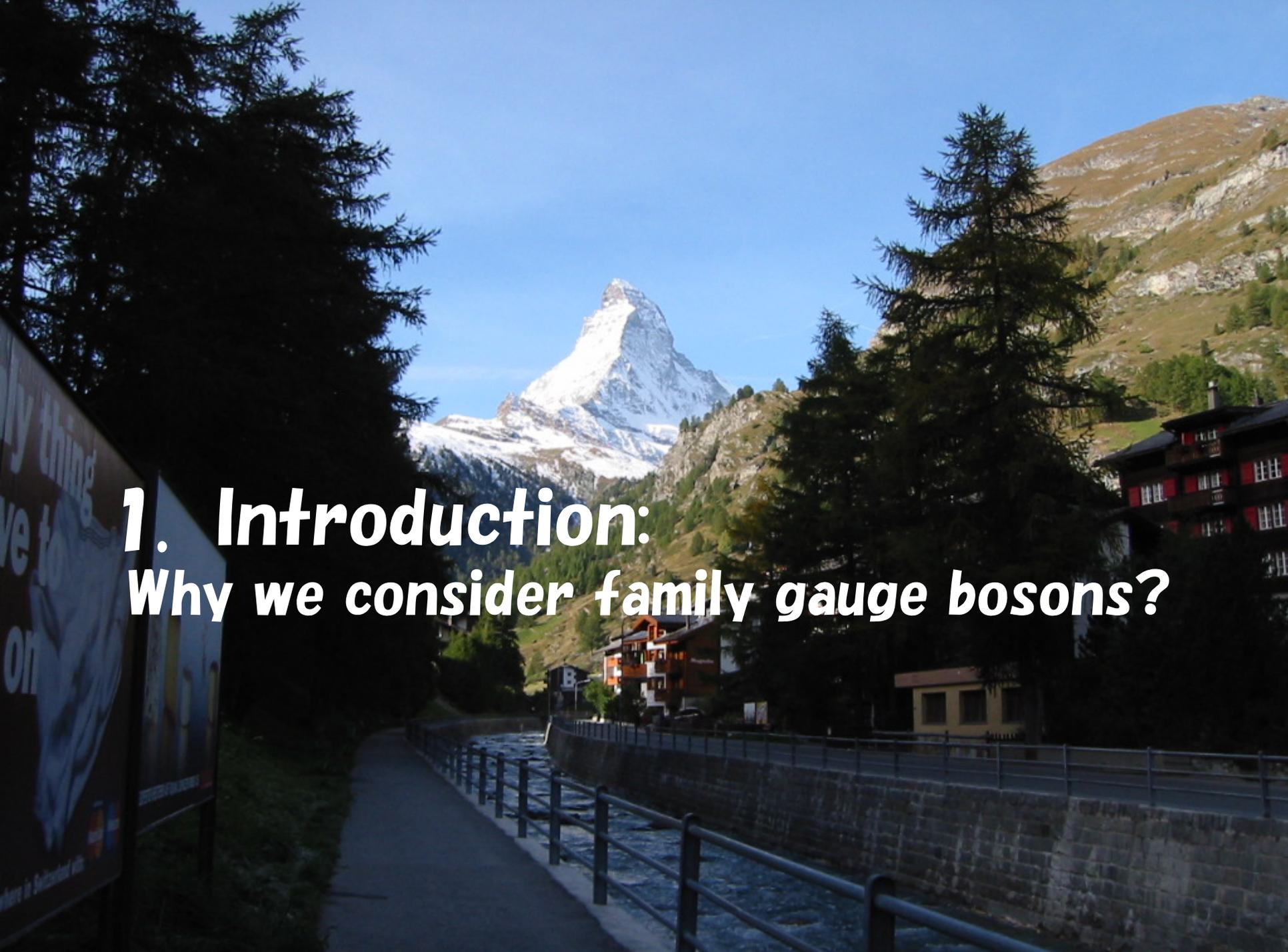
### 3. Phenomenology of the gauge bosons

**Mass information from the present data**

### 4. Search for alternative models

**Can a family gauge boson mass be of the order of TeV?**

### 5. Prospect



**1. Introduction:**  
**Why we consider family gauge bosons?**

# 1.1 なぜファミリー・ゲージボソンを考えたいのか？

SM では、quark mixing matrices  $U_d$ ,  $U_u$  それ自身は、「原理的に観測できない量」である。我々が観測できるのは CKM mixing matrix  $V_{CKM} = U_u^\dagger U_d$  のみである。

そんなことって、あってよいものでしょうか？

ファミリー・ゲージボソンが存在すれば、 $U_d$ ,  $U_u$  それ自身も、個別に観測量となれる。

[余談] むしろ rephasing invariance を原理と考えて理論を定式化しようとしたことがある。  $\longrightarrow$  失敗

[余談] SM + Family symmetry 困難をもたらす。

[YK, Phys.Rev. D71 (2005) 016010]

## 1.2 なぜ我々はファミリー・ゲージボソンを必要とするか？

Sumino mechanism: Y. Sumino, PLB 671, 477 (2009)

隅野は、荷電レプトンに対する質量関係式

$$K \equiv \frac{m_e + m_\mu + m_\tau}{(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

が、なぜ pole masses を使うと見事に成立し:

$$K^{pole} = (2/3) \times (0.999989 \pm 0.000014) \quad (2)$$

なぜ running masses を使うとさほどでもなくなるのか:

$$K(\mu) = (2/3) \times (1.00189 \pm 0.000002) \quad (3)$$

に着目した。

$$\text{e.g. } \mu = m_Z$$

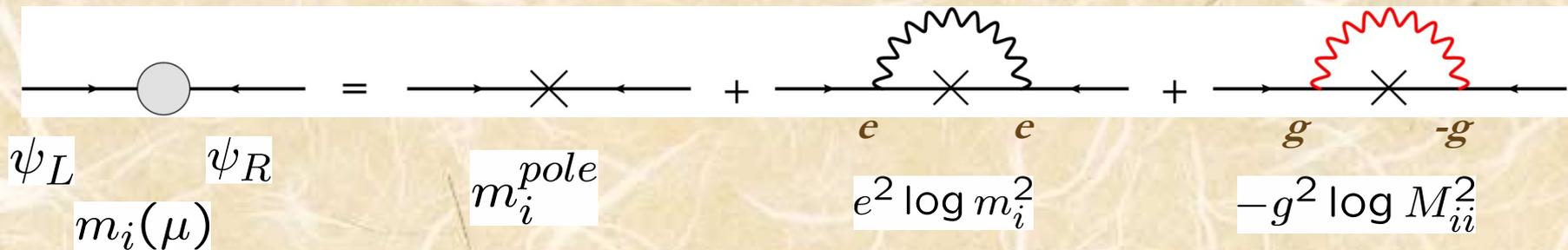
このズレは QED 輻射補正から来る:

$$\delta m_i = -\frac{\alpha(\mu)}{\pi} m_i \left( 1 + \frac{3}{4} \log \frac{\mu^2}{m_i^2} \right) \quad (4)$$

(注意) (3)式において,  $m_i \rightarrow m_i(1 + \varepsilon_0 + \varepsilon_i)$ なる変換を考えると

$\varepsilon_i = 0$  であれば,  $K$  は不変であることに注意.

隅野は, ファミリー・ゲージボソンが存在して, これによる寄与がフォトンによる寄与  $e^2 \log m_i^2$  を打ち消すと考えた:



隅野メカニズム(打ち消し)が成立するためには

- (i)  $(\psi_L, \psi_R) = (3, 3^*)$  of the U(3) family symmetry
- (ii) Masses of the gauge bosons :  $M_{ij}^2 \equiv m^2(A_i^j) = k(m_{ei} + m_{ej})$

このようにして photon からの寄与  $\log m_i^2$  がファミリー・ゲージボソンからの  $-\log M_{ii}^2 = -\frac{1}{2} \log m_{ei}^2 - \log k$  寄与によって, 打ち消し可能となる.

## 隅野モデルの問題点

- (i) アノマリー・フリー・モデルではない.
- (ii)  $\Delta N_f = 2$  を持ったカレント・カレント相互作用が登場
- (iii) SUSYモデルでは vertex type diagram は効かないので SUSY モデルには利用できない.

# 1.3 なぜ逆階層質量を持つファミリー・ゲージボソンを考えるのか？

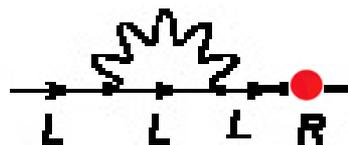
YK and T. Yamashita, PLB 711, 384 (2012)

- (i)  $(\psi_L, \psi_R) = (3, 3)$  of U(3) family symmetry を考える
- (ii) ファミリー・ゲージボソンの質量は逆階層質量を持つ

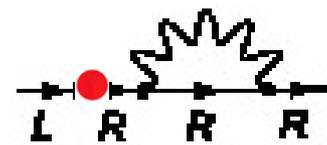
$$M_{ij}^2 \equiv m^2(A_i^j) = k \left( \frac{1}{m_{ei}} + \frac{1}{m_{ej}} \right) \quad (5)$$

このようにして、フォトンからの寄与  $\log m_i^2$  は、ファミリー・ゲージボソンからの寄与  $+\log M_{ii}^2 = -\frac{1}{2} \log m_{ei}^2 + \log k$  によって、打ち消しが可能となる。

- (iii) モデルはアノマリー・フリーである。
- (iv) SUSY にも適用可能。



(a)



(b)

## 1.4. このゲージボソンの主な性質

(a)  $U(3)$  なので、ゲージボソンは 9 個。

(b) 逆階層の質量を持つ:

$$m^2(A_i^j) \equiv M_{ij}^2 = k \left( \frac{1}{m_{ei}} + \frac{1}{m_{ei}} \right)$$

(c) クォーク・レプトンとは pure vector type で結合

(d) ゲージボソンの質量間の相対値およびゲージ結合定数はフリーではない。フリーパラメターは、唯一、一番軽いゲージボソンの質量  $M_{33}$  のみ。

(e) ファミリー数の破れはクォーク・セクターでのみ起こる。

(ファミリー量子数は質量固有状態にある荷電レプトンをbaseに定義。従って、クォークはファミリーの固有状態にはない。)

(d) 低いエネルギースケールでの現象を考えたい。(願望)

$$M_{33} \sim 1 \text{ TeV}$$

(コメント) K-Y model での Sumino mechanism は  
近似的にしか実現されていない

Sumino model

$$(\psi_L, \psi_R) = (3, 3^*)$$

K-Y model

$$(\psi_L, \psi_R) = (3, 3)$$

輻射補正に関するゲージボソン

関与するのは

$$A_1^1, A_2^2, A_3^3 \quad \text{のみ}$$

$A_i^j$  のすべてが

関与する

Sumino's cancellation condition

$$\varepsilon_i + \varepsilon_0 = \log \frac{m_{ei}^2}{m_{e3}^2} + \zeta \log \left( \frac{M_{ii}^2}{M_{33}^2} \right)$$

$$\varepsilon_i + \varepsilon_0 = \log \frac{m_{ei}^2}{m_{e3}^2} + \zeta \log \left( \frac{M_{i1}^2 M_{i2}^2 M_{i3}^2}{M_{31}^2 M_{32}^2 M_{33}^2} \right)$$

ただし、実用的には、この近似はまったく問題がない。

(後述. Sec.4.1)

## **2. How to build the model: Introduction to the Koide–Yamashita model**



## 2.1 Outline of the model

YK and T. Yamashita, PLB 711, 384 (2012)

By introducing two types of scalars  $\Phi$  ( $\bar{\Phi}$ ) and  $\Psi$  ( $\bar{\Psi}$ ) we build our model as follows:

(i) The charged lepton mass matrix  $M_e$  is given by

$$M_e \propto \langle \bar{\Phi} \rangle \langle \Phi \rangle$$

(ii) Family gauge boson masses  $M_{ij}$  are dominantly given by the VEV  $\langle \Psi \rangle$  ( $\langle \bar{\Psi} \rangle$ )

Therefore, we must show  $|\langle \Psi \rangle| \gg |\langle \Phi \rangle|$

(iii) Gauge bosons take an inverted mass hierarchy:

We must show  $\langle \Phi \rangle \langle \Psi \rangle \propto 1$

(i) Charged lepton mass matrix

$$M_e \propto \langle \bar{\Phi} \rangle \langle \Phi \rangle \quad (6)$$

We assume the superpotential

$$W_Y = y_{\ell} \ell_i \bar{\Phi}_{\alpha}^i \bar{L}^{\alpha} + y_H L_{\alpha} H_d \bar{E}^{\alpha} + y_e E_{\alpha} \Phi_j^{\alpha} e^{cj} + M_E E_{\alpha} \bar{E}^{\alpha} + M_L L_{\alpha} \bar{L}^{\alpha} \quad (7)$$

and we obtain

$$W_Y^{eff} = \frac{y_H y_{\ell} y_e}{\lambda_E M_E M_L} \ell_i \bar{\Phi}_{\alpha}^i \Phi_j^{\alpha} e^{cj} H_d \quad (8)$$

where

$$\Phi_i^{\alpha} \sim (3, 3^*) \text{ of } U(3) \times U(3)' \quad (9)$$

(ii) Relation  $\langle \Phi \rangle \langle \Psi \rangle \propto 1$ 

- We assume the superpotential

$$W_{\Phi\Psi} = \left( \lambda_A \bar{\Psi}_\alpha^i \Phi_j^\alpha + \bar{\lambda}_A \bar{\Phi}_\alpha^i \Psi_j^\alpha \right) (\Theta_A)_i^j + \left( \lambda'_A \bar{\Psi}_\alpha^i \Phi_i^\alpha + \bar{\lambda}'_A \bar{\Phi}_\alpha^i \Psi_i^\alpha - \mu_A S \right) (\Theta_A)_j^i + \left( \lambda_B \Phi_i^\alpha \bar{\Psi}_\beta^i + \bar{\lambda}_B \Psi_i^\alpha \bar{\Phi}_\beta^i \right) (\Theta_B)_\alpha^\beta + \left( \lambda'_B \Phi_i^\alpha \bar{\Psi}_\alpha^i + \bar{\lambda}'_B \Psi_i^\alpha \bar{\Phi}_\alpha^i - \mu_B S \right) (\Theta_B)_\beta^\alpha \quad (10)$$

- We assume that  $W_{\Phi\Psi}$  is invariant under the exchange  $U(3) \leftrightarrow U(3)'$  Then, we obtain

$$\langle \Phi \rangle = \langle \bar{\Phi} \rangle = v_\Phi Z, \quad \langle \Psi \rangle = \langle \bar{\Psi} \rangle = v_\Psi Z^{-1} \quad (11)$$

We take a diagonal form of  $Z$  as follows

$$Z = \begin{pmatrix} z_1 & 0 & 0 \\ 0 & z_2 & 0 \\ 0 & 0 & z_3 \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} \sqrt{m_e} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{m_\mu} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{m_\tau} \end{pmatrix} \quad \text{with } z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 1 \quad (12)$$

$$z_1 = 0.016473, z_2 = 0.23688, z_3 = 0.97140 \quad (13)$$

### (iii) Relation $v_\Phi/v_\Psi \sim O(\varepsilon)$

- We assume the superpotential by introducing a field  $S$

$$W_\Phi = \lambda_1 \Phi_i^\alpha \bar{\Phi}_\alpha^i \theta_\Phi - \lambda_2 S^2 \theta_\Phi \quad (14)$$

- Here,  $S$  is a family singlet field, and  $U(1)$  is softly broken by

$$W_{br} = \mu_S S \theta_S - \varepsilon \mu_S^2 \theta_S \implies \langle S \rangle = \varepsilon \mu_S \quad (15)$$

We can conclude that

$$\langle \Phi \rangle \sim \varepsilon \mu_S \quad (16)$$

- Thus, by neglecting the contribution of  $\langle \Phi \rangle$ , we obtain

$$M_{ij}^2 \equiv m^2(A_j^i) \simeq g_F^2 v_\Psi^2 \left( \frac{1}{z_i^2} + \frac{1}{z_j^2} \right) \propto \left( \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \right) \quad (17)$$

# K-Y model のまとめ

- $\langle \Phi \rangle$  ( $\langle \bar{\Phi} \rangle$ ) 荷電レプトンの質量を与える.
- $\langle \Psi \rangle$  ( $\langle \bar{\Psi} \rangle$ ) : ゲージボソン質量に **dominant** に効く.

$$|\langle \Psi \rangle| \gg |\langle \Phi \rangle|$$

- 逆階層のゲージボソン質量:  $\langle \Phi \rangle \langle \Psi \rangle \propto 1$

これらを満たす superpotential を構築した.

YK and T. Yamashita, PLB 711, 384 (2012)

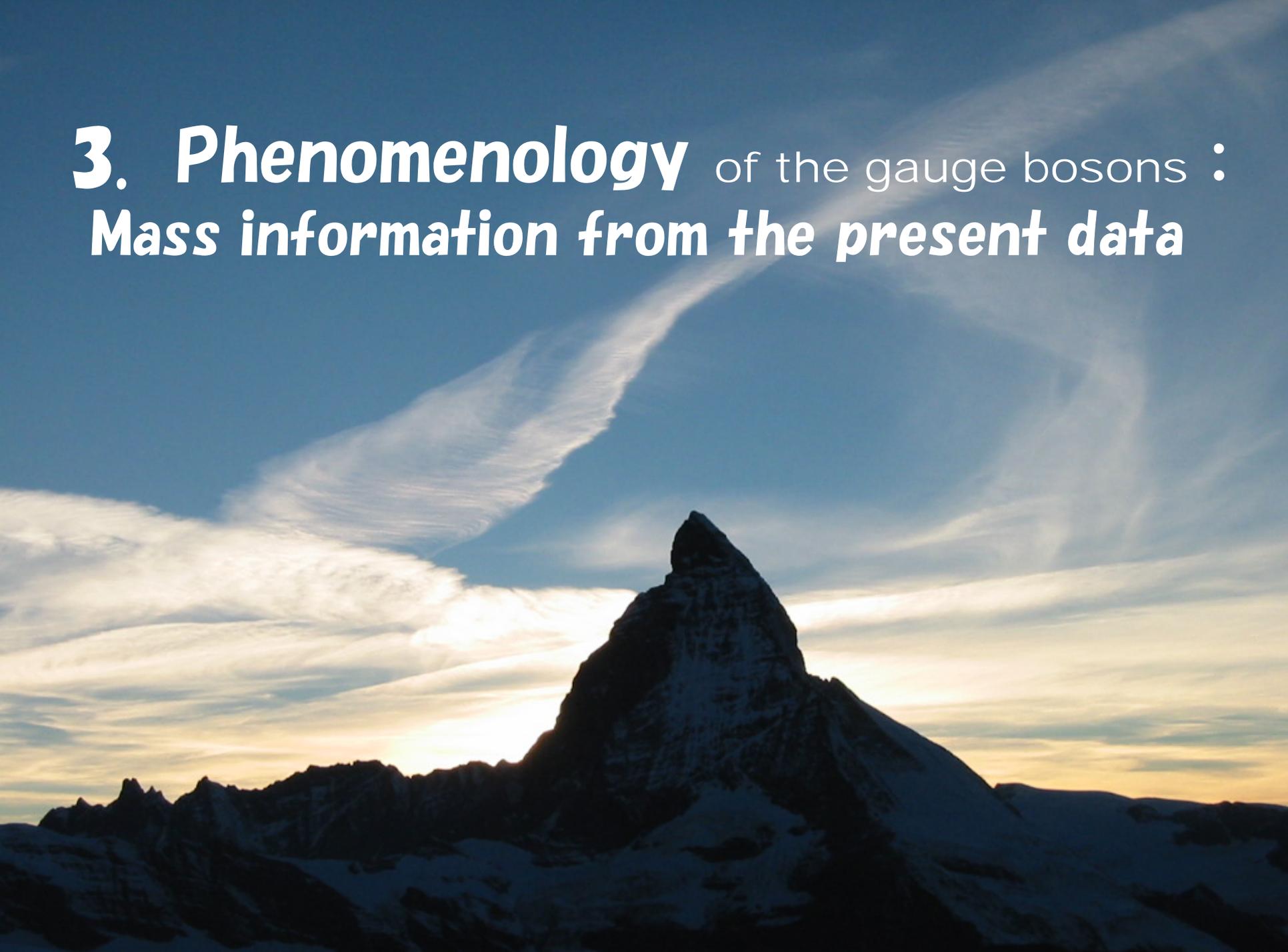
しかし, モデルの実際はかなり複雑. 改良が必要:

# Coffe Break

You can sleep for a short while.



**3. Phenomenology** of the gauge bosons :  
**Mass information from the present data**



## 3.1 逆階層質量を考える現象論的恩恵

TeV scale の物理を考えることができる可能性を持つ。

- (1) Tevatron での  $Z' \rightarrow ee, \mu\mu$  search の結論は適用されない。  
 $Z' \rightarrow \tau\tau$  search の結果すら適用されない。
- (2)  $M_{33} \sim 10^2 \text{ GeV}$  だと, 従来の反応に紛れて存在を否定できなくなる。
- (3)  $K^0 - \bar{K}^0$  混合からの制限が弱くなる。

KY model を採用することの長所

$g_F$  と Mass spectrum がフリーではないので, 予言能力が高い。

## 3.2 どんな現象が期待できるのか？

★ 既知モード      ★ 未検出モード

(a) e- $\mu$ - $\tau$  普遍性の破れの現象 ( $A_i^j$  の間の質量差に起因)

(例) ★  $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau / e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$       ★  $\Upsilon \rightarrow \tau^+ \tau^- / \mu^+ \mu^- / e^+ e^-$

(b) ファミリー数保存の稀崩壊

(例) ★  $B \rightarrow K + \tau^+ + \mu^-$       ★  $K \rightarrow \pi + \mu^+ + e^-$

[時間の節約のため今回は報告しない。 See, PLB 711, 384 (2012)]

現在の実験的探索のboundから考えて、まもなく発見されると期待

(c) ファミリー数の破れの現象 (クォーク・セクターでのみ起こる)

(例) ★  $K^0 - \bar{K}^0$       ★  $D^0 - \bar{D}^0$       ★  $\mu^- + N \rightarrow e^- + N$       ★  $b \rightarrow s + \gamma$

(d) LHC や ILC において期待される直接的生成

(例) ★  $pp \rightarrow A_3^3 + X \rightarrow (\tau^+ \tau^-) + X$

## 3.2 なぜ $e-\mu-\tau$ 普遍性のズレを重視するのか？

(i) Lepton Flavor Violation (LFV) の検出よりも容易そう.

We define  $\varepsilon_F \equiv \frac{g_F^2/M_F^2}{g_W^2/8M_W^2}$

For the same initial and final states

$$\mathcal{M} \sim \frac{g_W^2}{8M_W^2} (1 + \varepsilon) \quad \Rightarrow \quad |\mathcal{M}|^2 \sim \left( \frac{g_W^2}{8M_W^2} \right)^2 |1 + \varepsilon|^2$$

ズレは  $2\varepsilon$  に見える.

これに対して LFV mode では

$$|\mathcal{M}|^2 \sim \left( \frac{g_W^2}{8M_W^2} \right)^2 \varepsilon^2$$

SM model の対応するモードに比べて、さらに  $\varepsilon^2$  だけ suppressed される.

(ii) 現に、ズレが見えているモードが実在する.

ただし、まだ誤差が大きいので、統計的な意味では「見えている」とは言えない.

しかし、実験で見えてから取り組むのは理論屋の仕事ではない！

実験で数値が出てからあれこれ言うのは、単なる「解釈学」.

(モデル屋と純現象論屋との姿勢の違い.)

実験で見えてから取り組むのは理論屋の仕事ではない！  
実験で数値が出てからあれこれ言うのは、単なる「解釈学」

### [補足]モデル屋と純現象論屋との姿勢の違い

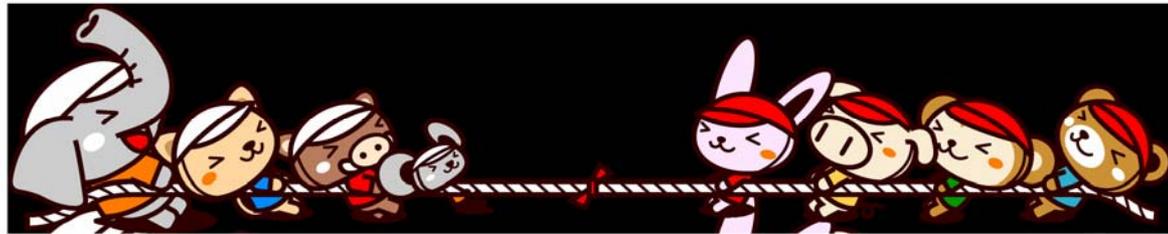
**純現象論屋：** 正確な現象の観察のもとで、推論に頼ることなく、  
確実に言える客観的結論を見いだす。

**モデル屋：** 目の前の現象に幻惑されることなく、自己の哲学・  
信念のもとで、予想される現象を「予言」する。

$\tau(D^\pm) \gg \tau(D^0)$  の予言， 荷電レプトンの質量関係

と、カッコいいことを述べても、先ずは、現象との数字あわせを  
やって見せない限り、信用してもらえない！これがつらいところ。

自己の  
モデルを  
信ずる



実験結果  
重視

**[余談]** 世間は結局「数値が合う」ということしか注目してくれない。

**例：荷電レプトンの質量公式**

数値が合うということで注目してくれることは嬉しいが、あの公式の重要性はそんなところにはない。

(もちろん、提案した1982年時点ではまったく合わない公式であった。)

**多数派の考え：**  $m_e$  は他と比べて、十分小さい。

従って、 $m_e$  を無視する近似でまずだいたいの記述がうまく行くモデルを構築する。そして、次に摂動論的に理論の破れとして小さな値のパラメターを導入し、それで  $m_e/m_\mu$  を説明する。

**私の考え：**

あの公式の特徴： $m_e$  は小さいけれど、 $m_e \rightarrow 0$  としてしまうと、 $m_\mu/m_\tau$  はまったく観測値とあわなくなる。

$m_e$  は小さいけれどゼロではない量として、 $(m_e, m_\mu, m_\tau)$  が同時に生まれるようなモデルであるべき！

**電子の質量生成の起源について遠大なロマンが期待される！**

### 3.3 タウ崩壊における $e-\mu$ 普遍性の破れ

Quark sector では, quark mixing が起きて, 不定性が入り込む  
よって, 純レプトニックモードである tau decay に注目する.

PDG2012によれば

$$\begin{aligned} Br(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) &= (17.83 \pm 0.04)\% \\ Br(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) &= (17.41 \pm 0.04)\% \end{aligned} \quad (18)$$

これより, 振幅比

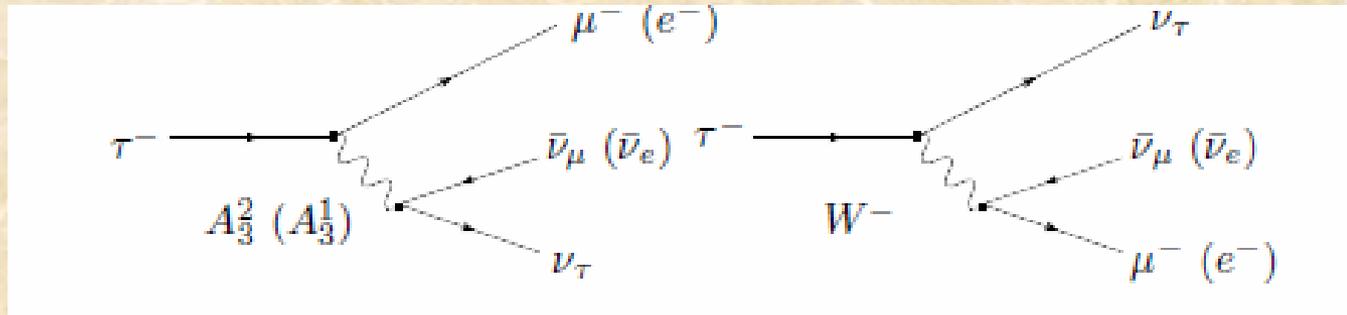
$$R_{amp} \equiv \frac{1 + \varepsilon_\mu}{1 + \varepsilon_e} = \sqrt{\frac{Br(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) f(m_e/m_\tau)}{Br(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) f(m_\mu/m_\tau)}} = 1.0020 \pm 0.0016. \quad (19)$$

where  $f(x) = 1 - 8x^2 + 8x^6 - x^8 - 12x^4 \log x^2$

従って, 次のようにズレの値を得る:

$$\varepsilon \equiv \varepsilon_\mu - \varepsilon_e = 0.0020 \pm 0.0016 \quad (20)$$

# 観測値 $\varepsilon > 0$ は何を意味するか？



ズレの発生はファミリー・ゲージボソンの質量差に起因する:

$$\varepsilon_i^0 = \frac{g_F^2/M_{3i}^2}{g_W^2/8M_W^2} \quad (21)$$

観測値  $\varepsilon > 0$  (i.e.  $\varepsilon_\mu > \varepsilon_e$ ) は  $M_{23} < M_{13}$  を示唆する. すなわち,

**family gauge bosons with an inverted mass hierarchy**

を示唆する.

Effective interaction for  $\tau^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu \nu_\tau$

$$H^{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ [\bar{\mu} \gamma_\rho (1 - \gamma_5) \nu_\mu] [\bar{\nu}_\tau \gamma^\rho (1 - \gamma_5) \tau] + \epsilon_\mu^0 (\bar{\nu}_{L\tau} \gamma_\rho \nu_{L\mu}) (\bar{\mu} \gamma^\rho \tau) \right\} \quad (22)$$

Therefore, we obtain

$$= 4 \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{4} \epsilon_\mu^0 \right) (\bar{\mu}_L \gamma_\rho \nu_{L\mu}) (\bar{\nu}_{L\tau} \gamma^\rho \tau_L) - \frac{1}{2} \epsilon_\mu^0 (\bar{\mu}_R \nu_{L\mu}) (\bar{\nu}_{L\tau} \tau_R) \right\} \quad (23)$$

where

$$\epsilon_\mu = \frac{1}{2} \left( 1 - 2x_\mu \frac{g(x_\mu)}{f(x_\mu)} \right) \epsilon_\mu^0$$

and

$$\epsilon_\mu^0 = \frac{g_F^2 / M_{32}^2}{g_W^2 / 8M_W^2} \quad (24)$$

$$g(x) = 1 + 9x^2 - 9x^4 - x^6 + 6x^2(1 + x^2) \log x^2 \quad (25)$$

$$x_\mu = m_\mu / m_\tau$$

Gauge coupling constants  $g_F$  はフリー・パラメーターではない:

$$g_F^2 = \frac{3}{2}\zeta e^2 = \frac{3}{2}\zeta g_W^2 \sin^2 \theta_W \quad (26)$$

水平ラインは観測値

$$\varepsilon^{obs} = 0.0020 \pm 0.0016 \quad (27)$$

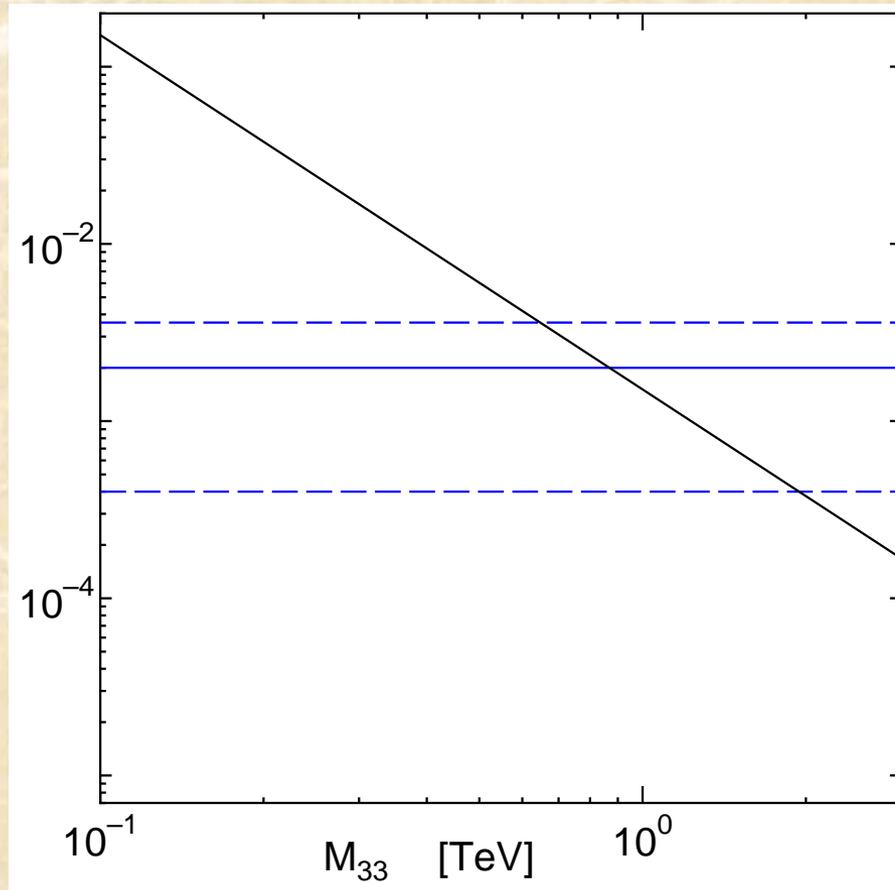
$$M_{23} = 2.6^{+3.2}_{-0.7} \text{ TeV} \quad (28)$$

よって、一番軽いゲージ・ボゾンの質量は

$$M_{33} = 0.87^{+1.07}_{-0.22} \text{ TeV} \quad (29)$$

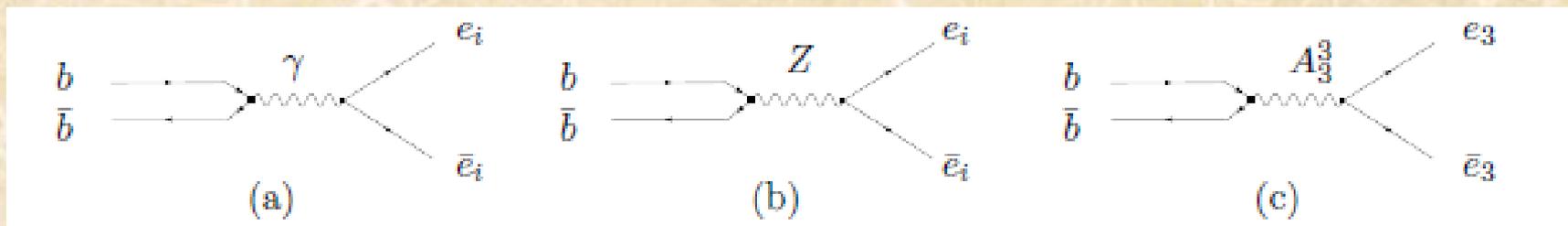
という結果が得られる。

ただし、誤差が大きいので、このセンター値はマジに受け取ってはならない。(あくまで、参考値.)



[2012.11 シンポのスライドより]

### 3.4 ウブシロン崩壊での $e-\mu-\tau$ 普遍性からのズレ



飛ぶことのできるファミリー・ゲージボソンは  $A_3^3$  だけなので、ズレは  $\gamma \rightarrow \tau^+ \tau^-$  にだけ現れる:

$$\varepsilon_\tau = \frac{g_F^2}{e^2/3} \frac{M_\gamma^2}{M_{33}^2} \quad (30)$$

観測値  $R_{Br} \equiv \frac{Br(\gamma \rightarrow \tau^+ \tau^-)}{Br(\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-)} = 1.048 \pm 0.046 \quad (31)$

振幅での比は  $R_{amp} = 1 + \varepsilon_\tau = 1.028 \pm 0.022 \quad (32)$

結果だけを紹介すれば

質量値として

$$M_{33} = 112_{-26}^{+130} \text{ GeV} \quad (33)$$

実験誤差が大きいので、無論、この数値もマジに取るべきでない。

多分、実験精度が上がると、ズレの実験値はもう少し小さくなるだろう。

## 3.5 クォーク混合とファミリー数の破れ

**ファミリー数の破れは、クォーク・セクターでのみ起こる！**

- ファミリー・ゲージボソンは、荷電レプトンの質量行列  $M_e$  が対角型である基底において、質量の固有状態にある。

従って、レプトン・セクターではファミリー数の破れは少なくともツリー・レベルでは起こりえない。

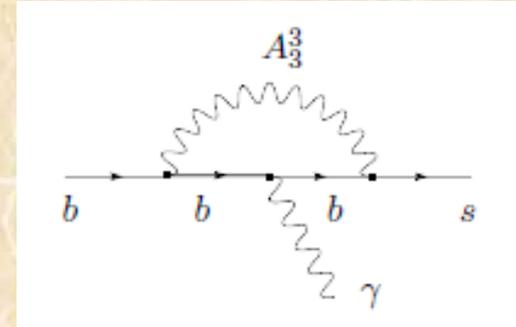
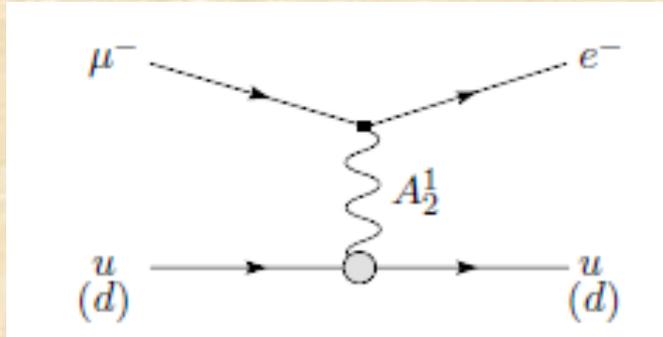
- しかし、一般には、 $M_e$  が対角型である基底において、クォーク質量行列まで対角型であると限らない。

従って、クォーク・セクターでは、クォーク混合を通して、ファミリー数の破れの反応がツリー・レベルで可能となる。

$$\begin{aligned}
 H_{fam} &= g_F \sum_{q=u,d} (\bar{q}^0_i \gamma_\mu q_j^0) (A_i^j)^\mu \\
 &= g_F \sum_{q=u,d} (A_i^j)_\mu \left[ (U_L^{q*})_{ik} (U_L^q)_{jl} (\bar{q}_{Lk} \gamma^\mu q_{Ll}) + (L \rightarrow R) \right]
 \end{aligned} \tag{34}$$

$A_{21}^1$  の交換による  $\mu$ -e conv.

参考:  $b \rightarrow s + \gamma$



$\mu \rightarrow e + \gamma$  はツリー・レベルでは起きないが、  
 $\mu$ -e conv. はツリー・レベルで起きる！

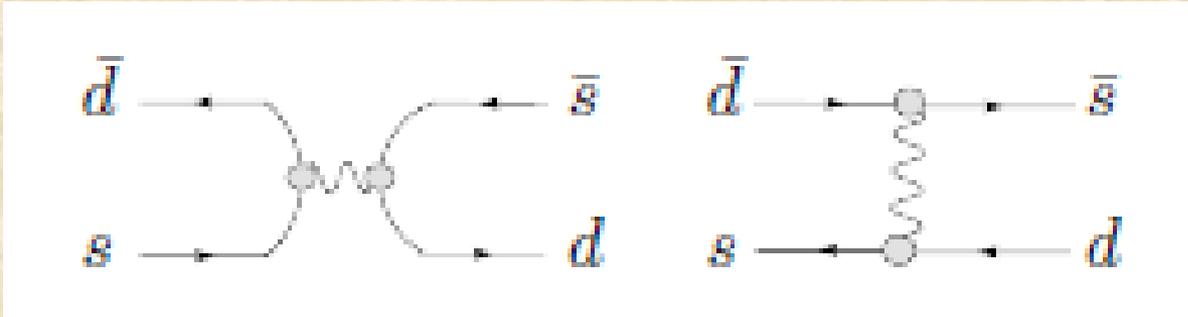
$$H_{\mu \rightarrow e}^{eff} = \frac{g_F^2}{M_{21}^2} \left[ (U_{21}^{u*} U_{11}^u) (\bar{u} \gamma_\rho u) + (U_{21}^{d*} U_{11}^d) (\bar{d} \gamma_\rho d) \right] (\bar{e} \gamma^\rho \mu) \quad (35)$$

$$\left( \frac{g_F^2 / M_{21}^2}{g_W^2 / 8 M_W^2} \right)^2 |U_{21}^{q*} U_{11}^q|^2 = |U_{21}^{q*} U_{11}^q|^2 \times \frac{3.00 \times 10^{-10}}{(M_{33} [\text{TeV}])^4} \quad (36)$$

$U_{21} \sim 10^{-2}$   $M_{33} \sim 1 \text{ TeV}$  なら, この値は  $10^{-14}$  のオーダーとなる

[2012.11 シンポのスライドより]

### 3.6 Constraints from $K^0-\bar{K}^0$ Mixing



左側の図は寄与しないことに注意

$$H^{eff} = g_R^2 \left[ \frac{1}{M_{33}^2} (U_{31}^{d*} U_{32}^d)^2 + \frac{1}{M_{22}^2} (U_{21}^{d*} U_{22}^d)^2 + \frac{1}{M_{11}^2} (U_{11}^{d*} U_{12}^d)^2 \right] (\bar{s} \gamma_\mu d) (\bar{s} \gamma^\mu d) + h.c. \quad (37)$$

$$\Delta m_K^{fam} = \left[ \frac{1}{M_{33}^2} (U_{31}^{d*} U_{32}^d)^2 + \frac{1}{M_{22}^2} (U_{21}^{d*} U_{22}^d)^2 + \frac{1}{M_{11}^2} (U_{11}^{d*} U_{12}^d)^2 \right] \times 0.7738 \times 10^{-12} [\text{TeV}] \quad (38)$$

c.f

**観測値:**  $\Delta m_K^{obs} = (4.484 \pm 0.006) \times 10^{-18} \text{ TeV} \quad (39)$

**標準模型値:**  $\Delta m_K^{SM} \sim 2 \times 10^{-18} \text{ TeV}$

試しに  $U^d = U(\theta_{12}/2, \theta_{23}/2, \theta_{13}/, \delta_d)$  と選んでみると

$$M_{22} > 99 \text{ TeV} \quad (40)$$

を得る。従来の制限よりだいぶ弱いですが、それでも TeV scale とは言えない。

同様に  $D^0-\bar{D}^0$  の考察からも制限が出る.

やはり  $A_2^2$  の交換の項が dominant

それを総合すると,

$$M_{22} > 10^2 \text{ TeV} \quad (41)$$

と言う制限を得る.

## まとめ

$$K^0-\bar{K}^0 \quad D^0-\bar{D}^0 \quad M_{22} > 10^2 \text{ TeV}$$

$$\tau^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu \nu_\tau \quad M_{23} = 2.6_{-0.7}^{+3.2} \text{ TeV}$$

$$\Upsilon \rightarrow \tau^+ \tau^- \quad M_{33} = 112_{-26}^{+130} \text{ GeV}$$

## 4. Search for alternative models:

Can a family gauge boson mass be of the order of TeV?

## 観測値からのまとめ

$$K^0-\bar{K}^0 \quad D^0-\bar{D}^0 \quad M_{22} > 10^2 \text{ TeV}$$

$$\tau^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu \nu_\tau \quad M_{23} = 2.6_{-0.7}^{+3.2} \text{ TeV}$$

$$\Upsilon \rightarrow \tau^+ \tau^- \quad M_{33} = 112_{-26}^{+130} \text{ GeV}$$

これらは, KY model からの質量比

$$M_{33} : M_{23} : M_{22} : M_{13} : M_{12} : M_{11}$$

$$= 1 : 2.98 : 4.10 : 41.70 : 41.80 : 58.97$$

を, 誤差を考慮してもなお, 満たさない.

## 4.1 もっと大きな質量比を与えるモデルを考える.

Model I: K-Y model

$$m^2(A_i^j) \equiv M_{ij}^2 = k \left( \frac{1}{m_{ei}} + \frac{1}{m_{ei}} \right) \quad (42)$$

Model II: Minor change of the K-Y model

$$m^2(A_i^j) \equiv M_{ij}^2 = k \left( \frac{1}{m_{ei}} + \frac{1}{m_{ei}} \right)^2 \quad (43)$$

It is easy to build such a model.

Model B

$$M_{ij} = k_B \frac{1}{m_{ei} m_{ej}} \quad (44)$$

The explicit model is unclear at present.

Sumino mechanism is exactly realized.

c.f. Sumino's cancellation condition

$$\varepsilon_i + \varepsilon_0 = \log \frac{m_{ei}^2}{m_{e3}^2} + \zeta \log \left( \frac{M_{i1}^2 M_{i2}^2 M_{i3}^2}{M_{31}^2 M_{32}^2 M_{33}^2} \right) \quad (45)$$

with  $\varepsilon_i = 0$

# モデルの比較

	Model I	Model II	Model B
$\zeta$	$1.752 \equiv \zeta_I$	$\frac{1}{2}\zeta_I$	$\frac{1}{3} = 0.1903\zeta_I$
$\alpha_F$	0.022254	0.01127	0.004293
$M_{33} : M_{23} : M_{22}$	1 : 2.98 : 4.10	1 : 8.91 : 16.8	1 : 16.8 : 283
$M_{23}^T$	$2.6^{+3.2}_{-0.7}$	$1.84^{+2.25}_{-0.46}$	$1.13^{+2.25}_{-0.20}$
$M_{33}^\gamma$	$0.112^{+0.130}_{-0.026}$	$0.079^{+0.092}_{-0.018}$	$0.049^{+0.056}_{-0.011}$
$M_{22}^{K,D}$	300	> 200	> 130
Example	$M_{22} \equiv 300$ $M_{23} = 218$ $M_{33} = 73$	$M_{22} \equiv 200$ $M_{23} = 106$ $M_{33} = 12$	$M_{22} \equiv 130$ $M_{23} = 7.7$ $M_{33} = 0.46$

$$g_F^2 = \frac{3}{2}\zeta e^2 = \frac{3}{2}\zeta g_W^2 \sin^2 \theta_W$$

( $\zeta$  の値はモデルに依存する！)

- Model B が実験値をほぼ再現する！
- しかし、このモデルの理論的根拠は不明！

## 4.2 この節のまとめ

レプトン質量スペクトルに特別のモデルを想定すれば、  
 $K^0-\bar{K}^0$  ,  $D^0-\bar{D}^0$  混合からの制約とも矛盾せずに

$$M_{33} \sim 1 \text{ TeV}$$

と選ぶことが可能である。しかし、そのモデルは今後の課題。

いずれにせよ、逆階層質量を持ったファミリー・ゲージボソンのモデルでは、その質量にかなり低いエネルギー・スケールを考えることができるので、TeVスケールあるいはもっと低いエネルギー・スケールでの豊富な現象論が期待できる。

## 5. Prospect

今回話した数値的議論は、今のところ、あまり堅く考える必要はない。重要なことは以下のこと。

- 少なくとも、inverted mass hierarchy と考えることにより、実り多い新しい現象論を切り拓くことができる。
- 更にSumino mechanism を要求することによって、
  - $g_F$  はfree parameter でなくなる。
  - lepton sector では family は対角型にcouple し、quark sector でのみ family mixing が起る。  
(Family number は charged lepton sector によって定義できる。)

すなわち、予言性の高いモデルの構築が可能！



逆転の視点を持つことにより、  
今までとは全く異なる世界  
が見えてくる！

Thank you for  
your kind attention!